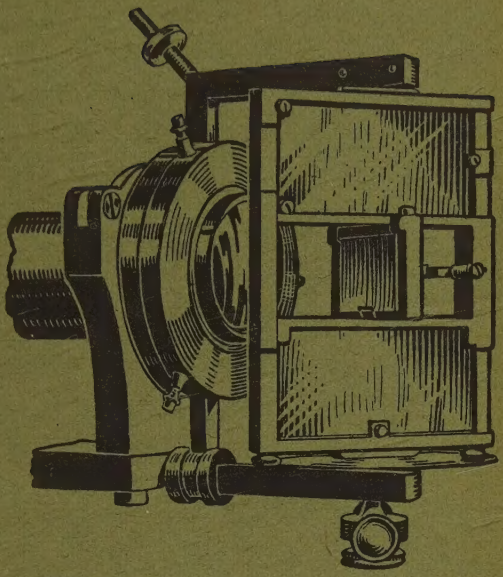
Der Heliotrop,

seine

Geschichte, Konstruktion und Genauigkeit.



Von der

K. Technischen Hochschule München

zur Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs) genehmigte Dissertation.

Vorgelegt von

Diplomingenieur Adolf Schlötzer

Assistent für Geodäsie an der K. Techn. Hochschule München.

Referent: Professor **Dr. Max Schmidt**

Korreferent: Professor **Dr. Oskar Knoblauch.**

Würzburg.

Druck der Königl. Universitäts-Druckerei H. Stürtz A. G.

1909.

Der Heliotrop,

seine Geschichte, Konstruktion und Genauigkeit.

Von der

K. Technischen Hochschule München

zur Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs) genehmigte Dissertation.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

Vorgelegt von

Diplomingenieur **Adolf Schlötzer**

Assistent für Geodäsie an der K. Techn. Hochschule München.

Referent: Professor **Dr. Max Schmidt**

Korreferent: Professor **Dr. Oskar Knoblauch.**

Würzburg.

Druck der Königl. Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G.

1909.

Sonderabdruck aus dem Band XIII der Zeitschrift
. . . . . des Bayer. Geometervereins. . . . . .

Dem Andenken der Eltern!

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 1
1. Geschichte und Konstruktion 1
Die Gaussschen Heliotrope 2
Der Sextantenheliotrop (Vizeheliotrop) 6
Vorrichtungen von Colby, Kater, Bessel und Hassler 8
Der Heliotrop von Drummond 8
Der Heliotrop von Bohnenberger und Buzengeiger 8
Die Stierlinsche Hilfsvorrichtung 9
Die Repsoldschen Heliotrope 9
Der Heliotrop der preuss. Landesaufnahme 12
Die Vorrichtungen von Perrier und Struve 13
Der Präzisionsheliotrop 13
Die Steinheilschen Heliotrope 14
Die Millerschen Heliotrope 15
Der Heliotrop von Galton 15
Der Heliotrop von Reitz 16
Der Müllersche Heliotrop 17
Der amerikanische Heliotrop 17
Der Periheliotrop 18
Der Heliostat 18
Der Gegenspiegel 19
Das Heliotroplicht 19
Die Beobachtungszeit des Heliotroplichtes 24
2. Die Genauigkeit des Heliotrops 25
1. Der Zielfehler als Funktion der reflektierenden Spiegelfläche 33
2. „ „ „ „ „ Entfernung 41
3. „ „ „ „ atmosphärischer Einflüsse 43
4. „ „ „ „ der Fernrohrvergrösserung 44
Die Regulierung des Heliotroplichtes 47
Die Gitterblende 48
3. Die Verwendung des Heliotrops 50
1. Für Triangulierung 50
2. Für Rekognoszierung 52
3. Für Heliotroptelegraphie und Zeitübertragung 53
Über die Bedienung des Heliotrops 54
Verzeichnis der verwendeten Literatur 57

Einleitung.

Der Gedanke, unsere gute Allmutter Erde zu messen, an ihre Grösse und Fläche einen dem menschlichen Geiste nahen, erfassbaren Massstab zu legen, reicht weit, weit ins Altertum zurück. Mit den einfachsten Mitteln, der Beobachtung und Schätzung, gelang es dem Forschungsgeiste der in astronomischen Künsten wohl erfahrenen Orientalen gute Resultate zu erreichen. Erst allmählich fand dieser Gedanke auch im Abendlande Eingang. Besonders war es Frankreich, das sich führend an die Spitze stellte. Von ganz hervorragendem Einfluss auf die gedeihliche Entwickelung dieser Arbeiten waren immer die Hilfsmittel, die den Gelehrten zur Erreichung ihres Strebens zu Gebote standen. Mit der Verbesserung der Messinstrumente und Messmethoden ging eine Steigerung der Genauigkeit und ein Sinken der Beobachtungsfehler Hand in Hand. Vor allem trat die exakte Winkelmessung ihre Herrschaft an. Aber mannigfaltig waren die Hindernisse, die sich allenthalben entgegenstellten, die die Arbeiten verzögerten und teuer machten. Mit Mühe und Kosten errichtete man Signalstangen und riesige Pyramiden, um bei den stets grossen Entfernungen gut sichtbare Zielobjekte zu haben. Aber bei der immer wechselnden Durchsichtigkeit der Luft und deren grösseren oder geringeren Gehalt an Staub, Rauch oder Dunst reichten diese Hilfsmittel nicht mehr recht aus. Da trat der geniale Gauss mit einem neuen Instrumente hervor, das diesen Übelständen ein Ziel setzte.

1. Geschichte und Konstruktion.

Anlässlich der hannoveranischen Gradmessungsarbeiten hatte Gauss anfangs Oktober 1818 in Lüneburg gemeinschaftlich mit Schumacher Anschlussbeobachtungen an dessen südliche Dreieckspunkte ausgeführt[1]). Die von ihm gemachten Beobachtungen sind in ein Tagebuch der Sternwarte eingetragen. Bei den Messungsergebnissen für den Winkel Hamburg—Hohenhorn hat er bemerkt:

---

1) Schumacher, Astronomische Nachrichten Bd. I S. 105 und Gauss' Werke Bd. IX S. 483.

„Hamburg schlecht zu sehen; das westliche von der Sonne beleuchtete Fenster[1]) genierte das Pointieren."

Später hat Gauss hinzugesetzt:

„NB. Diese Erfahrung ist die erste Veranlassung zu der im Herbst 1820 gemachten Erfindung des Heliotrops gewesen[2])".

Photometrische Untersuchungen hatten bei ihm die Überzeugung gereift, dass das, wenn selbst nur von sehr kleinen Planspiegeln reflektierte Sonnenlicht auch für die grossen Entfernungen, wie sie bei Triangulierungen vorkommen, hinreichende Leuchtkraft besitze, um angezielt werden zu können[3]). Diesen Gedanken praktisch auszuführen, waren Apparate nötig, welche das Sonnenlicht mit grosser Genauigkeit auf eine Beobachtungsstation reflektierten. „Ein solches Instrument, welches diese Lenkung des Sonnenlichtes in jede auf die vollkommenste und angezeigte Art auszuführen dient, scheint am schicklichsten den Namen eines Heliotrops[4]) zu führen[5])." Den ersten Versuch, den Gauss in dieser Hinsicht machte, beschrieb er in einem Brief an Olbers vom 1. Juni 1821[6]):

„Ich befestigte einen Spiegel am Deckel des Fernrohrs eines Theodolits und suchte durch im voraus mühsam berechnete Azimuthe und Höhen dem Spiegel die richtige Lage zu geben, um das Licht nach einer bestimmten Richtung zu werfen. Dies misslang aber gänzlich. Der Deckel, etwas hart gehend, konnte nicht mit Sicherheit immer wieder in dieselbe Lage gebracht werden, sondern es blieben darin Differenzen von 20", die dies Verfahren ganz unbrauchbar machten."

Gauss ersann nun zwei Instrumente, die diese Unvollkommenheiten nicht mehr zeigten. Bei der ersten Konstruktion steht auf einem Dreifuss mit Fussschrauben eine Säule, die eine um ihren horizontalen Durchmesser AB drehbare Kreisscheibe trägt[7]).

Ein Fernrohr DE lässt sich einerseits um eine im Mittelpunkt C zur

---

1) Dasselbe war ca. 43 km von seinem Standpunkte entfernt.

2) Nach seinem offiziellen Arbeitsbericht an das Kabinettsministerium über die Arbeiten im Jahre 1821 muss man „Der Heliotrop" und nicht „Das Heliotrop" sagen.

3) Göttinger gelehrter Anzeiger 1821. 126. St.

4) Sonnenwender, von ἥλιος die Sonne und τρέπω ich wende.

5) Göttinger gelehrter Anzeiger 1821. S. 1250.

6) Gauss' Werke Bd. IX S. 467.

7) Ein derartiges Instrument wurde von der Göttinger Sternwarte auf der internationalen Ausstellung wissenschaftlicher Apparate in London 1876 ausgestellt. S. Bericht darüber von Helmert S. 169 und Poggendorff Annalen d. Physik und Chemie 1829. S. 83.

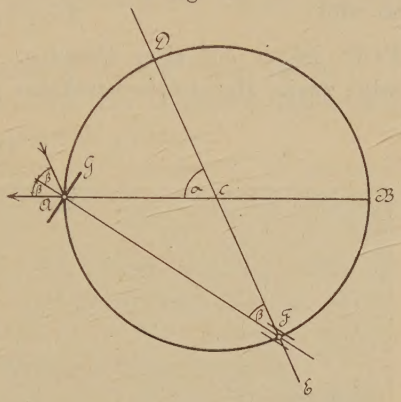
Scheibe normal stehende Achse drehen, anderseits mit der Scheibe um deren Achse AB.

Am Fernrohr ist eine drehbare Hülse F angebracht, die längs der Führungsstange FA gleiten muss. Senkrecht zu dieser steht der Spiegel G, der sich um eine zur Scheibe in A normale Achse dreht. Da nun

$$CF = CA$$

ist, wird der Winkel β stets die Hälfte des Zentriwinkels α. Richtet man die Achse AB nach der Beobachtungsstation und das Fernrohr auf die Sonne, so dreht sich der Spiegel um $\frac{\alpha}{2} = \beta$ und die einfallenden Sonnenstrahlen werden somit nach der Richtung AB reflektiert. Zur bequemen Einstellung auf die Station dreht man das Fernrohr parallel zu AB und visiert mit ihm das Objekt an. Damit hierbei der Spiegel G nicht hindere, war er an einem Ringe befestigt und konnte abgenommen werden.

Fig. 1.

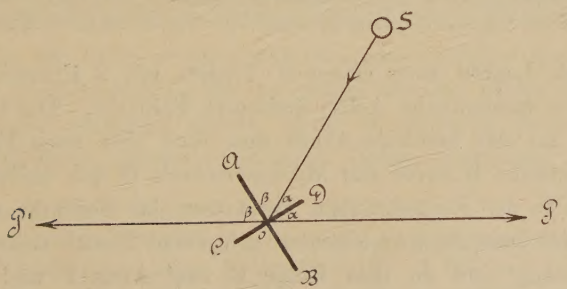


Die nötigen Berichtigungen des Instrumentes sind zahlreich und kompliziert[1]), die genaue Konstruktion seitens des Mechanikers ist schwierig und teuer[2]), so dass Gauss selbst schon seine zweite und neuere Konstruktion vorzog.

Dieser liegt folgender Gedanke zugrunde:

Von einem leuchtenden Punkt S treffen Lichtstrahlen auf einen Spiegel AB. Nach dem Reflexionsgesetz schliesst der reflektierte Strahl

Fig. 2.



1) Über den Einfluss unvollkommener Berichtigung s. Gauss' Werke Bd. IX S. 478.

2) Dortmals kostete das Instrument 145 Taler.

OP denselben Winkel α gegen das Lot CD ein wie der einfallende Strahl OS. Ist CD selbst ein Spiegel, so werden aus demselben Grunde die Strahlen nach P′ geworfen. Dabei ist AB das Einfallslot und

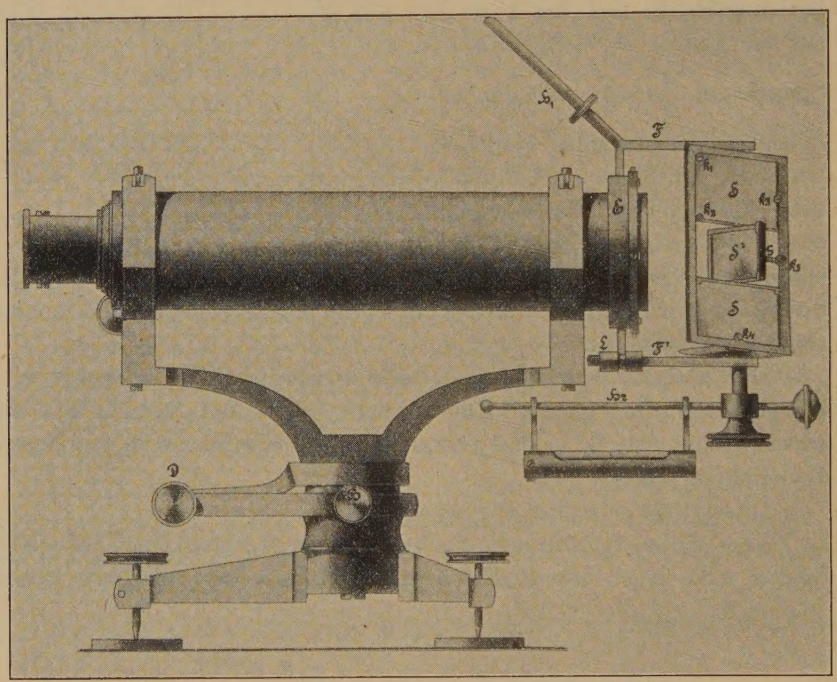
$$\sphericalangle SOA = \sphericalangle AOP' = \beta$$

Ist ferner $\alpha + \beta = 90^0$

so wird $2\alpha + 2\beta = 180^0$ d. h.

POP′ liegen auf einer Geraden. Diese Tatsache benutzte Gauss für seine zweite Heliotropkonstruktion (Fig. 3).

Fig. 3.



In den Lagern eines massiven Trägers mit 3 Fussschrauben ruht ein um seine mechanische Achse drehbares Fernrohr. Das Ganze bewegt sich noch um eine vertikale Achse und lässt sich nach Festklemmung mit der Schraube B durch das Mikrometerwerk D fein stellen. Hiedurch und mit Hilfe der Fussschrauben kann man das Fernrohr auf jeden (in der Nähe des Instrumentenhorizontes gelegenen) Punkt richten. An der Objektivfassung sind an dem Ringe E zwei Arme F und F′ befestigt in denen sich die Achse des Spiegelsystem drehen kann. Der grosse Spiegel S erscheint in zwei Teilen, die mit Hilfe der Korrektionsschräubchen

k_1 k_2 k_3 k_4 berichtigt werden können. Der kleine Spiegel S′ zwischen den beiden Hälften des grossen, steht zu deren Ebenen ⊥ und hat auf der Rückseite einen Arm G, mit dessen Stellschraube k_5 die genaue Senkrechtstellung erreicht werden kann. Von den beiden Hebeln H_1 und H_2 dient der erste zur Drehung des Spiegelsystems um die mechanische Fernrohrachse und der zweite zur Drehung der Spiegel um ihre eigene Achse.

Über die Berichtigung des Instrumentes schreibt Gauss selbst[1]):

1. 2. „Die optische Achse des Fernrohrs wird durch die Korrektionsschrauben mit der Drehachse parallel gemacht.
3. Die Spiegelachse stellt man durch die Schrauben L an dem einen Arm der Gabel, welche jene Achse trägt, auf die Drehachse des Fernrohrs senkrecht.
4. 5. 6. Die Ebenen der drei Spiegel (des kleinen und der beiden Bestandteile des grossen) werden zur Spiegelachse parallel gestellt.
7. Durch die Schraube k_4 wird der untere Teil des grossen Spiegels mit dem oberen Teil in eine parallele Ebene gebracht.
8. Der kleine Spiegel muss durch die Schraube k_5 am Arm G desselben so gestellt werden, das die Ebene des Spiegels auf den Bestandteilen des grossen Spiegels senkrecht steht[2]).

Die vorstehenden Bedingungen müssen erfüllt werden und zwar ist:

1. 2. lediglich die Zentrierung des Fernrohrfadenkreuzes wie z. B. bei jedem Nivellierinstrument.
3. geschah mittelst einer aufgehängten Libelle, (wie sie in Figur 3 sichtbar ist) und durch Herstellung zweier symmetrischer Lagen.
4. 5. 6. wird durch Drehen um die Spiegelachse und mit Verwendung zweier Fernrohre bewirkt, deren Visierlinien nahe in einer Ebene liegen.
7. Man betrachte eine gerade Linie, welche mit der Spiegelachse ungefähr parallel ist, in den beiden Hälften des grossen Spiegels. Dieselben sind dann in einer Ebene, wenn die beiden Spiegelbilder der Linie in einer ungebrochenen Geraden liegen.
8. Die Hauptbedingung, ob der grosse und der kleine Spiegel aufeinander senkrecht stehen, kann in derselben Weise wie beim Spiegelkreuz geprüft werden[3]). Gauss verwendete zur schär-

---

1) Schumacher, Astr. Nachrichten Bd. 5 Nr. 116.

2) Die vollständige Durchführung der Berichtigung ist sehr kompliziert. Wir verweisen auf Schumacher, Astr. Nachrichten 1827 S. 330 und Zeitschrift für Instrumentenkunde 1888 S. 238 und geben nur die verwendeten Grundgedanken auszugsweise wieder.

3) Jordan Bd. II S. 36.

feren Justierung zwei Hilfsfernrohre, deren Visierlinien parallel sind.

Der Gebrauch des berichtigten Instrumentes ist folgender:

Nachdem der kleine Spiegel S' parallel zur Visierlinie gedreht ist, richtet man das Fernrohr auf den Punkt, der Licht erhalten soll. Diese Lage behält dasselbe während der ganzen Dauer der Operation bei. Zum Schutze gegen die Sonne setzt man vor das Okular ein dunkles Glas und dreht dann die Spiegelachse senkrecht zur Ebene Sonne—Spiegel—Beobachtungsstation (SOP s. Fig. 2). Dies erreicht man dadurch, dass eine zur Spiegelachse vertikale Scheibe keine Flächenschatten werfen darf, sondern als Linie erscheinen muss. Nun dreht man die Spiegel mit Hilfe des Hebels H_2 solange, bis das Sonnenbild im Fadenkreuz erscheint, dann hat der Punkt Licht.

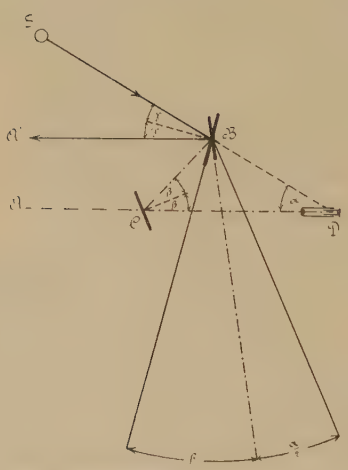
Behufs Zentrierung des Instrumentes pflegte Gauss durch die Spitzen der drei Fussschrauben einen Kreis zu legen, dessen Mittelpunkt sich mit dem Zentrum der Station decken musste. Später wurde dieser Mittelpunkt durch eine Spitze angegeben.

Gauss beauftragte den Inspektor Rumpf mit der Verfertigung dieser Instrumente. Um aber sofort über die Güte des reflektierten Sonnenlichtes Versuche anstellen zu können, kam er noch auf eine dritte Idee:

Der Sextantenheliotrop (Vizeheliotrop).

Stellt man einen Sextanten so auf ein Stativ, als wollte man den Winkel α zwischen Sonne und dem Punkte A, der Licht erhalten soll, messen[1]), so ergibt sich am Kreise die Ablesung $\frac{\alpha}{2}$.

Fig. 4.



Das Sonnenlicht macht dabei den Weg SBCD. Soll jedoch Licht nach dem Punkte A reflektiert werden, so muss der austretende Strahl A'B parallel AD werden. Oder es muss

$$\sphericalangle A'BC = \sphericalangle BCD = 2\beta$$

sein, was dadurch erreicht wird, dass man die Alhidade um den $\sphericalangle \beta$ weiter dreht. Dieser ist für ein und dasselbe Instrument konstant und ändert sich nicht mit dem Stande der Sonne. Um die zweite Einstellung (nach Addition von β zu dem

[1]) Göttingischer gelehrter Anzeiger S. 1252 und Jordan III S. 32.

jeweiligen $\sphericalangle \frac{\alpha}{2}$) zu ersparen, brachte Gauss später über dem Spiegel B noch einen dritten Spiegel als Leuchtspiegel an, der gegen B bereits um den Betrag von β geneigt war. Alle drei Spiegel müssen selbstverständlich senkrecht zur Sextantenebene sein. A hat dann Licht, wenn sich im Fernrohr der Punkt A und das Sonnenbild decken. Der Gebrauch dieser Einrichtung ist jedoch ohne Anwendung eines Gegenspiegels beschränkt, da die Alhidade nicht über den Spiegel C hinausgedreht werden kann.

Mit diesem Instrument stellte Gauss seine ersten Versuche an, die seinen Erwartungen vollständig entsprachen. Er drückte dies in einem Brief an Olbers aus, indem er schrieb[1]): „Ich habe nun die beste Hoffnung, dass diese Vorrichtung auch in den grössten Distanzen meines Dreiecksystems aushelfen soll. Ich glaube, wenn man die Sonnenspiegel hinlänglich gross macht, so gibt es in Zukunft für die Triangelseiten keine Grenzen mehr, als die, welche die Kugelgestalt der Erde setzt."

Gauss verwendete nun bei der hannoveranischen Gradmessung reichlich den Heliotrop und die Erfahrungen, die er dabei machte, befriedigten seine Hoffnungen. Gehrling, General Müffling usw. beeilten sich, derartige Instrumente anzuschaffen und zu verwenden. Aber es hafteten ihnen auch Nachteile an: Sie waren zu kompliziert und zu teuer[2]). Die „Lenkung" war schwierig und die Spiegel „derangierten" sich leicht. Die nötige Berichtigung war mühsam und konnte von Gehilfen gar nicht ausgeführt werden[3]). Im Fernrohr sieht man zwar das Sonnenbild, nicht aber zugleich das Objekt, welches Licht erhält.

Nachdem der glückliche Grundgedanke Gauss', reflektiertes Sonnenlicht als Zielobjekt zu verwenden, bekannt geworden war, tauchten in den nächsten Jahren eine Anzahl von Erfindungen auf, die diese Idee verwendeten. So Oberst Colby und Hauptmann Kater im Jahre 1822[4]): Sieben oder acht Tage waren vergangen, während welcher Zeit sie wegen des dichten Nebels um London von Shooters Hill nicht einmal nach dem 10 Meilen entfernten Hill Tower sehen konnten. Zur Abhilfe brachten sie Weissblechtafeln an den Signalstangen so an, „dass sie zu bestimmter Zeit und an gewissen Tagen" Sonnenlicht nach der entfernten Station reflektierten. Ebenso wurden 1823 die Stationen Leith Hill und Wrotham Hill sichtbar gemacht. Sechs oder acht Weissblechtafeln waren an einem ebenen Brett befestigt, das mit einem Senkel

1) Gauss' Werke Bd. IX S. 469.

2) Dortmals kostete ein Gaussscher Heliotrop 125 Taler.

3) Gaede, Beitrag zur Kenntnis von Gauss' praktisch-geodätischen Arbeiten Zeitschrift f. Vermessungswesen 1885.

4) Philosophical Transactions 1826. Bd. 2. S. 325.

vertikal gestellt wurde und um einen Zapfen drehbar war. Die entsprechende Neigung der Platten gegen das Brett wurde so genommen, dass sie nacheinander Licht nach der Beobachtungsstation Berkhamstead Tower reflektierten, wenn das Brett rechtwinklig zur Verbindungslinie stand. Dort wurden die Tafeln nacheinander zu bestimmten Zeiten, eine ungefähr 10—15 Minuten lang, sichtbar.

Einer andern einfachen Vorrichtung bediente sich Bessel. Sie besteht[1]): aus einer versilberten und polierten Halbkugel aus Kupfer, welche so auf den signalisierenden Pfeiler gesetzt wird, dass der über demselben hervorragende Zylinder sich in einem Loche befindet, dessen Achse durch den Mittelpunkt der Halbkugel geht und dessen Durchmesser der Dicke des Zylinders gleich ist. Bei Sonnenschein sieht man auf der Oberfläche der Kugel einen hellen Punkt, auf den mit grosser Schärfe eingestellt werden kann. Indessen hängt der Ort des Punktes vom Stand der Sonne, also von der Beobachtungszeit und der Deklination der Sonne, der geographischen Breite, der Entfernung der Beobachtungsstation von der Kugel und dem Radius derselben ab und muss daher erst durch Rechnung gefunden werden.

Eine ähnliche Einrichtung verwendete Hassler bei der Küstenvermessung in Nordamerika. Statt der Halbkugel bedient er sich jedoch einer 19 Zoll hohen abgestutzten Pyramide aus Weissblech.

Zwar verdienen diese einfachen Hilfsmittel nicht den Namen Heliotrop, da ja das Sonnenlicht nicht gelenkt wird, indessen dient immerhin eine spiegelnde Fläche als Zielobjekt und deshalb seien sie erwähnt.

Bei der 1824 beschlossenen Vermessung von Irland kam der Heliotrop von Drummond in Anwendung[2]). Hier wird durch einen einfachen Mechanismus von der Spiegelnormalen der Winkel zwischen den Achsen zweier Fernrohre halbiert, von denen das eine auf die Beobachtungsstation, das andere auf die Sonne gerichtet wird.

Ähnlich dem Gaussschen Heliotrop ist:

Der Heliotrop von Bohnenberger und Buzengeiger.

Derselbe wurde 1824 auf Andeutungen von Gauss, aber ohne genaue Kenntnis der Gaussschen Instrumente, von Bohnenberger erdacht und vom Mechaniker Buzengeiger in Tübingen verfertigt[3]). Der Apparat

[1]) Bessel, Gradmessung in Ostpreussen S. 64.

[2]) Eine genaue Beschreibung nebst Skizze findet sich in Philosophical Transactions 1826 Bd. 2 S. 327, übersetzt in Dr. Carls Repertorium Bd. 1 S. 729.

[3]) Eine Beschreibung nebst Skizze gibt Hammer in Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1897. S. 202. Siehe auch Steiff in Zeitschr. f. Vermessungswesen 1895 S. 26.

stimmt in den wesentlichen Teilen mit dem Gaussschen Heliotrop überein. Der Unterschied besteht lediglich darin, dass statt der „Stiele“ zum Bewegen des Spiegelkreuzes entsprechende Triebschrauben angebracht sind, die in Zahnräder eingreifen.

Etwas später erdachte Stierlin eine Vorrichtung, mit welcher man aus jedem Theodolit oder Nivellierinstrument einen Gaussschen Heliotrop machen kann und damit die Kosten desselben sehr vermindert. Der Stierlinsche Hilfsheliotrop [1]) besteht aus einem System von Ringen, von denen einer mittelst dreier Schrauben an der Objektivfassung eines Fernrohrs befestigt werden kann. Um diesen Ring dreht sich mit Reibung ein zweiter, der die Gabel mit dem Gaussschen Spiegelkreuz trägt. Eine andere Konstruktion brachte Repsold.

Der Repsoldsche Heliotrop.

Bei demselben befindet sich das Gausssche Spiegelsystem nicht direkt vor dem Fernrohrobjektiv, sondern darüber [2]). Am Okularende ist eine kleine Diopterscheibe angebracht, die so gestellt wird, dass die Visierlinie des Fernrohrs parallel ist der Geraden durch die Diopteröffnung und der Mitte der Achse des Spiegelkreuzes. Hat man das Fernrohr auf die Beobachtungsstation gerichtet, so dreht man einerseits das ganze Spiegelsystem so lange um die mechanische Fernrohrachse, bis die zur Spiegelachse senkrechte Scheibe keinen Flächenschatten mehr wirft, anderseits die Spiegel, bis die Diopterscheibe volles Licht hat.

Der Vorteil dieser Einrichtung gegenüber dem Gaussschen Heliotrop besteht darin, dass man die Beobachtungsstation ständig im Gesichtsfeld des Fernrohrs hat und somit die richtige Stellung des Instrumentes kontrollieren kann, ohne die Spiegel drehen zu müssen.

Alle die bisher beschriebenen Apparate waren ja sehr sinnreich und künstlich, für den Gebrauch im Felde aber waren sie zu empfindlich. Dies klagte Generalleutnant Dr. Baeyer im Jahre 1825 dem alten Repsold. Und Repsold erwiderte [3]): „Mein Gott! nehmen Sie doch ein Brettchen und stellen an dem einen Ende einen Spiegel auf, der um eine senkrechte und um eine horizontale Achse drehbar ist, so dass er in jede Ebene gebracht werden kann. In die Mitte des Spiegels machen Sie ein kleines Loch und stellen am anderen Ende des Brettchens ein Fadenkreuz auf. Richten Sie nun durch das Loch im Spiegel das Fadenkreuz auf ein Objekt und drehen den Spiegel so, dass der Schatten von dem Loch im Spiegel auf das Fadenkreuz fällt, so hat das Objekt Licht.“

---

1) Dr. Carls Repertorium für physikalische Technik. Bd. 1. S. 284.

2) Fischer, Lehrbuch der höheren Geodäsie S. 27 2. Abschn.

3) Nagel, Zeitschr. f. Vermessungswesen 1878 S. 34.

Mit dieser neuen Idee kam Dr. Baeyer nach Berlin zurück und es wurden auf Grund derselben mehrfach Instrumente konstruiert. Das einfachste und zweckmässigste war von dem Ingenieur-Geopraphen Bertram. Bessel erwähnt es bereits in seiner Gradmessung von Ostpreussen und Baeyer beschreibt es in der Küstenvermessung.

Der sogen. Bertramsche Heliotrop hatte dortmals bereits ein kleines Fernrohr zum Richten, eine Vorrichtung zum Telegraphieren und zum Dämpfen des Lichtes durch farbige Gläser. Die Grundidee muss aber gemäss der Mitteilung von Generalleutnant Baeyer Repsold zugesprochen werden. Indessen gab Bertram eine Erklärung ab[1]), worin er versichert, dass er — im Jahre 1829 — aus eigener Initiative die diesbezüglichen Versuche unternommen habe und ihm von der Unterredung zwischen Baeyer und Repsold (1825) nichts bekannt gewesen sei. Aber Repsold hatte bereits vor 1825 derartige Heliotrope konstruiert. Dies beweist uns eingehend Dr. Joh. A. Repsold[2]):

1. Durch einen Brief von Schumacher an Struve vom 6. März 1821. In demselben sagt Schumacher: „Gauss hat noch nicht die Zeichnung seines Heliotrops geschickt. Der, den ich in Gebrauch habe, ist viel einfacher und leistet dieselben Dienste.“ Dann beschreibt und skizziert[3]) er das Instrument, das im wesentlichen mit der Beschreibung übereinstimmt, die Repsold dem Generalleutnant Dr. Baeyer gab. Aus dem Verhältnis zwischen Schumacher und Repsold lässt sich sicher annehmen, dass letzterer der Konstrukteur des neuen Heliotrops war.
2. Durch eine in Zeitschrift für Instrumentenkunde 1897 veröffentlichte Photographie von „heliotropischen Vorrichtungen“, welche sein Grossvater laut einem zwischen ihm und Schumacher geführten Rechnungsbuch am 20. September 1823 für die dänische Gradmessung geliefert hatte.

Endlich deutet darauf noch eine kurze Mitteilung hin, welche Schuback in Enkes Jahrbuch für 1825 gibt. Es heisst dort: „Das von Herrn Gauss erfundene Heliotrop besteht in einem Planspiegel, der in horizontaler und vertikaler Richtung gedreht werden kann und dazu bestimmt ist, die Sonnenstrahlen durch ein kleines Loch eines Diopters einem entfernten Beobachter zuzuwerfen, um auf die Weise bei trigonometrischen Messungen einen sehr kleinen und doch sehr schön zu sehenden Zielpunkt abzugeben. Herr Hofrat Gauss hat auf eine Entfernung

[1]) Zeitschrift für Vermessungswesen 1878 S. 193.
[2]) Zeitschrift für Instrumentenkunde 1897 S. 4 u. f.
[3]) Zeitschrift für Instrumentenkunde 1897 S. 4 u. f.

von $11^1/_2$ geogr. Meilen dieses Licht durch ein Fernrohr noch sehr gut sehen können. Herr Prof. Schumacher und Herr Repsold haben sich bei Messung ihrer Standlinie auch dieses Instrumentes bedient."

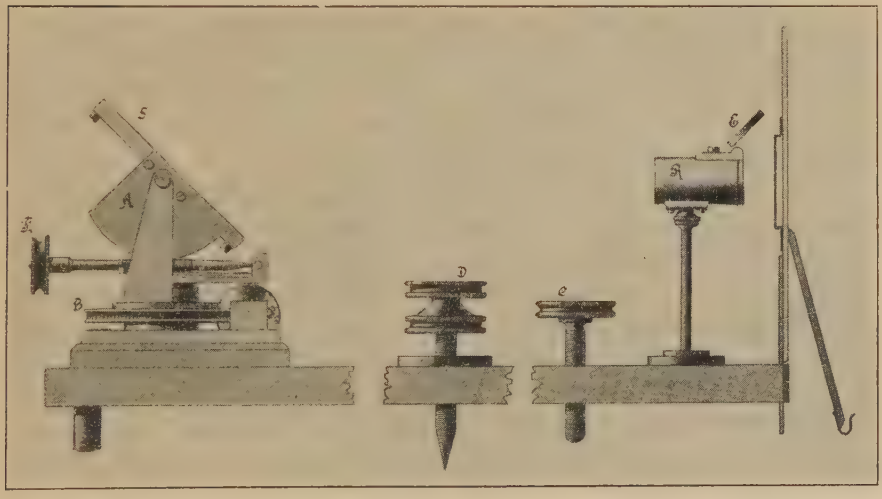
Schuback hat die Konstruktion von Repsold sicher gekannt, nahm aber jedenfalls an, dass Gauss diesen Apparat erdacht und Repsold ihn nur ausgeführt hätte. Gauss selbst erwidert in seinem Briefwechsel mit Schumacher, dass dieses Instrument mit dem seinigem „gar nichts gemein" habe.

Die Priorität der Erfindung gebührt also zweifellos Repsold und deshalb dürfte es angebracht sein, den fraglichen Apparat nicht mehr „Bertramscher Heliotrop", sondern „Repsoldscher Heliotrop" zu nennen.

In seiner einfachsten Form sieht der Repsoldsche Heliotrop folgendermassen aus:

Auf einem Grundbrett von zirka 50 cm Länge und 11 cm Breite befindet sich hinten die um eine vertikale Achse drehbare Gabel. Sie trägt in ihren Enden eine horizontale Achse, um die der quadratische Leuchtspiegel S drehbar ist. Zur Feinbewegung um diese beiden Achsen sind gezahnte Kreisscheiben A und B angebracht, in die zwei Triebschrauben mit ewigem Gewinde eingreifen.

Fig. 5.



Am anderen Ende des Grundbrettes sitzt auf einem Träger ein Rohr R mit einem Fadenkreuz, das durch einen innen versilberten Deckel E abgeschlossen werden kann. Klappt man denselben nach oben, so bildet ein kleines Loch in der Mitte des Spiegels und der Fadenkreuzschnitt-

punkt ein Diopter, welches man mit Hilfe der Elevationsschraube C auf die Beobachtungsstation richtet. Durch passende Stellung des Spiegels zur Sonne wird Licht gegen die Röhre reflektiert, so dass deren Inneres hell erleuchtet ist. Nur die durchbohrte Stelle in der Spiegelmitte reflektiert nicht und gibt deshalb einen dunklen Punkt. Bringt man denselben durch die Schrauben F_1 und F_2 (nachdem der Deckel E heruntergeklappt ist) auf den Fadenkreuzschnittpunkt, so hat die Beobachtungsstation volles Licht. Die mittlere Schraube D liegt in einer vertikalen Ebene durch die Diopterachse und kann daher als Zentrierungsvorrichtung dienen. Vor dem Visier R ist eine Vorrichtung zum Dämpfen des Lichtes durch Anbringen von Blenden und farbigen Gläsern.

Berichtigung braucht dies Instrument gar keine. Es ist einzig notwendig, durch fleissiges Nachdrehen an den Triebschrauben F_1 und F_2 den Schattenpunkt stets im Fadenkreuz zu erhalten.

Sind die Entfernungen gross oder ist die Luft dunstig, so ist das Einrichten des Diopters auf die Beobachtungsstation mit blossem Auge etwas schwierig. Dem kann man durch Anbringen eines Fernrohres abhelfen, dessen Visierlinie parallel der des Diopters sein muss.

Diese verlangte Parallelstellung geschieht nunmehr hinreichend dadurch, dass man einen fernen aber noch gut sichtbaren Punkt mit dem Diopter anzielt und dann die Visierlinie des Fernrohres darauf richtet.

An Einfachheit lässt also dieses Heliotropsystem gewiss nichts zu wünschen übrig. Die Kosten belaufen sich für ein Instrument ohne Fernrohr nur auf zirka 150 Mark. Es vereinigt daher alle wesentlichen und wünschenswerten Vorteile und erfreut sich deshalb einer ausgedehnten Anwendung bei allen grösseren Triangulierungen.

Im Prinzipe gleich, in der Ausführung etwas abgeändert ist der Heliotrop von Starke und Kammerer in Wien und der Heliotrop der preussischen Landesaufnahme. Der letztere hat statt des Visiers R (s. Fig. 5) einen länglichen Rahmen mit Fadenkreuz. Vor diesem lässt sich mittelst eines Scharniers (s. nachstehende Fig. 6) ein Röhrchen von zirka 4,5 cm Länge und 2 cm Durchmesser (Leuchtröhre) auf- und niederklappen. Der Boden desselben ist innen mit mattem, weissem Papier beklebt und zentrisch durchbohrt. Das Loch im Spiegel und der Fadenkreuzschnittpunkt bilden wieder ein Diopter, dessen Achse bei heruntergeklapptem Leuchtröhrchen genau durch das Loch im Boden desselben geht.

Um eine gute zentrische Aufstellung zu sichern, wird gewöhnlich der Heliotrop durch die Schraube D (Fig. 5) im Zentrum der Heliotropstation aufgeschraubt. Jeden Abend nimmt der Heliotropeur das In-

strument weg nnd schraubt es am nächsten Nachmittag[1]) wieder an, wodurch aber das Schraubenloch immer grösser und schliesslich unbrauchbar wird. Um diesem Übelstande abzuhelfen, hat man auf der Station

Fig. 6.

Leuchtröhre. Leuchtbolzen. Leuchtschraube.

ein für allemal mit einem besonderen Schlüssel eine Leuchtschraube eingeschraubt, die an ihrem oberen Ende ein zweites Gewinde trägt, in das ein Stahlzylinder passt, der dann an Stelle der Schraube D durch das Loch greift.

Auf Steinpfeilern verwendet man statt der Leuchtschrauben Leuchtbolzen, die mit Blei im Pfeiler eingegossen werden.

Endlich mag noch eine Einrichtung erwähnt werden, die Perrier[2]) in Frankreich und Algier benutzte und die eine Zielvorrichtung am Heliotrop selbst nicht besitzt. Das Instrument besteht nur aus einem um zwei aufeinander senkrechten Achsen drehbaren Planspiegel. In zirka 5—10 m Entfernung ist genau in der Richtung nach der Beobachtungsstation ein Brett mit einem Loch angebracht. Der Durchmesser des Loches ist etwas geringer als es dem Strahlenkegel in dieser Entfernung entspricht. Der Heliotropeur hat den Spiegel stets so zu richten, dass auf dem Brett kein Lichtfleck zu sehen ist. Ganz ähnlich war der bei der Vermessung von Grossbritannien verwendete Heliotrop.

Struve richtet den Spiegel mittelst zweier von Stützen getragenen Miren, welche in die Linie nach der Beobachtungsstation eingewiesen sind.

Ausser diesen Abarten des Repsoldschen Heliotrops gibt es noch eine feinste und genaueste Ausführung unter dem Namen

Der Präzisionsheliotrop.

Zur Erzielung einer scharfen Zentrierung steht das Fadenkreuz unmittelbar lotrecht über der Leuchtschraube[3]); zur Vertikalstellung dient

1) Vergl.: Die Beobachtungszeit des Heliotroplichtes.
2) Zeitschrift f. Instrumentenkunde 1897 S. 203 u. Francoeur Geodésie S. 527.
3) Jordan III S. 37.

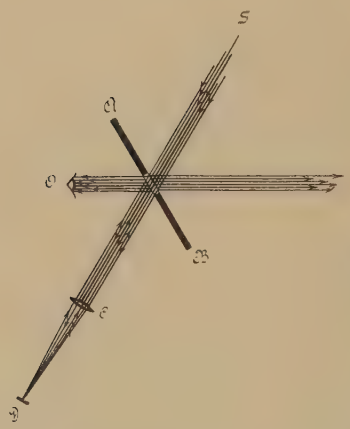
ein Kugelgelenk mit Stellschrauben und Libelle. Im wesentlichen finden wir auch hier das Repsoldsche Prinzip.

Ein weiteres sehr einfaches Instrument ist

Der Steinheilsche Heliotrop.

Durch die unbelegte Stelle des Spiegels A B trifft Sonnenlicht auf die Sammellinse C, die auf der in ihrem Brennpunkt befindlichen matten, weissen Fläche D ein Sonnenbild erzeugt[1]). Dasselbe dient als Lichtpunkt und sendet Strahlen aus, die, von der Linse zum zweiten Male gebrochen, parallel gerichtet auf der hinteren Seite des Spiegels A B auftreffen. Zum Teil gehen sie durch die unbelegte Stelle wieder zur Sonne, zum Teil werden sie nach dem Auge O reflektiert. Der Beobachter sieht also, wenn der Spiegel gut planparallel ist, auf dem Punkt, der reflektiertes Licht erhält, ein mattes Sonnenbild. Eine Berichtigung des Instrumentes ist nicht erforderlich. Es ist klein und leicht und kann bequem in der Tasche mitgetragen werden[2]). Indessen findet der Steinheilsche Taschenheliotrop als Zielobjekt bei der Triangulierung wenig Verwendung. In der Regel wird er zu kurzen Lichtsignalen und bei der Rekognoszierung gebraucht. Für grosse Entfernungen eignet er sich nicht wegen des Fehlens eines Fernrohres und bei den gewöhnlich ausgeführten Konstruktionen wäre auch der Spiegel zu klein. Die Anwendung des Instrumentes erfolgt meist aus freier Hand, jedoch gibt es auch passende Stative dafür oder es erfolgt die Befestigung mittelst Baumschraube.

Fig. 7.

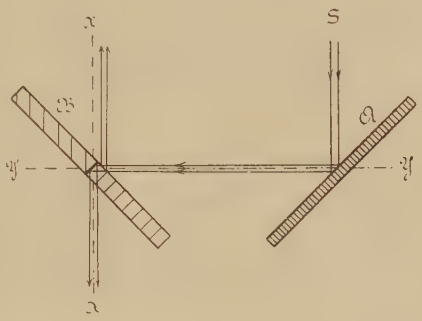


Eine zweite Konstruktion veröffentlichte Steinheil im Jahre 1865[3]). Der Apparat, welcher am Objektivkopf eines Theodolitfernrohres aufgesteckt wird, besteht aus zwei Spiegeln A und B, die mit den zwei Spiegeldrehachsen X und Y Winkel von 45° bilden. Auf A trifft Sonnenlicht und wird gegen B geworfen. Hier zum zweiten Male reflektiert, geht es in der Richtung der X-Achse, die der Fernrohrvisierlinie parallel ist, der

[1]) Schumacher, Astronomisches Jahrbuch 1844.
[2]) Daher der Name „Steinheilscher Taschenheliotrop".
[3]) Poggendorff, Annalen der Physik u. Chemie 1865. III. S. 191.

Beobachtungsstation zu. Um zu sehen, wann dies eintritt, ist ein Orientierungsbild der Sonne nötig, welches um 180° von dem Punkte abliegt, der Licht erhalten soll. Zu dem Zwecke fertigte Steinheil den Spiegel B aus zwei Hälften, die in einer Ebene liegen und mit ihrem genau senkrecht abgeschliffenen Rande aneinanderstossen. An der Trennungslinie ist der Spiegelbelag etwas abgenommen, so dass von dem Rande ein Teil der nach B geworfenen Strahlen ins Fernrohr reflektiert wird und das verlangte Orientierungsbild liefert.

Fig. 8.



Zwei weitere äusserst einfache Heliotrope gibt Professor Miller in Cambridge [1]).

Die Millerschen Heliotrope.

Der erste besteht aus einem grösseren Spiegel, an dessen Rande senkrecht zu ihm zwei kleine, ebene Glasreflektoren befestigt sind, die miteinander einen einspringenden Winkel von 90° bilden. Der durch doppelte Reflexion an den beiden Glasplatten erhaltene Lichtstrahl ist parallel, aber entgegengesetzt dem vom grossen Spiegel reflektierten Strahlenbüschel. Die Beobachtungsstation erhält dann Licht, wenn das matte, doppelt reflektierte Sonnenbild in der Visur nach der Station liegt.

Die zweite Konstruktion besteht aus einem rechtwinkligen Glasparallelepipedon, das unten einen Spiegelbelag trägt. Durch Reflexion im Innern des Glaskörpers wird wieder ein, dem vom Spiegel reflektierten Lichtbüschel paralleler, aber entgegengesetzter Strahl erzeugt, der zur Orientierung in der Visur nach der Beobachtungsstation liegen muss [2]).

Der Heliotrop von Galton.

Auf der Seite eines engen Rohres R ist ein Spiegel S angebracht, der um eine zu dessen Längsachse CD senkrechte Achse AB drehbar ist. Ausserdem kann das ganze um die Rohrachse selbst gedreht werden. Teils innerhalb, teils ausserhalb des Rohres sitzt eine zu CD normale

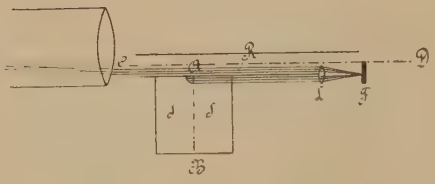
---

1) Proceedings of the Royal Society of London. Vol. XIV S. 298.

2) Eine genaue Beschreibung nebst Skizze des Strahlenganges der beiden ganz interessanten aber praktisch unwichtigen Instrumente findet sich in Dr. Carls Repertorium für praktische Technik Bd. 1 S. 281.

Linse L, welche die vom Spiegel reflektierten Lichtstrahlen in ihrem Brennpunkte vereinigt. In diesem befindet sich eine matte, weisse Fläche F, die dann im diffusen Licht leuchtet. Ein Teil des Lichtes trifft die innere Hälfte der Linse und tritt parallel gerichtet aus dem Rohre wieder aus. Blickt man in das Rohr, so sieht man in der Gegend, wohin das Heliotroplicht fällt, ein mattes Sonnenbild. Nach Helmert[1]) wäre es von Vorteil, vor dem Röhrchen ein Fernrohr anzubringen, in dessen Gesichtsfeld dann Sonnenbild und Gegend gleichzeitig sichtbar sind.

Fig. 9.

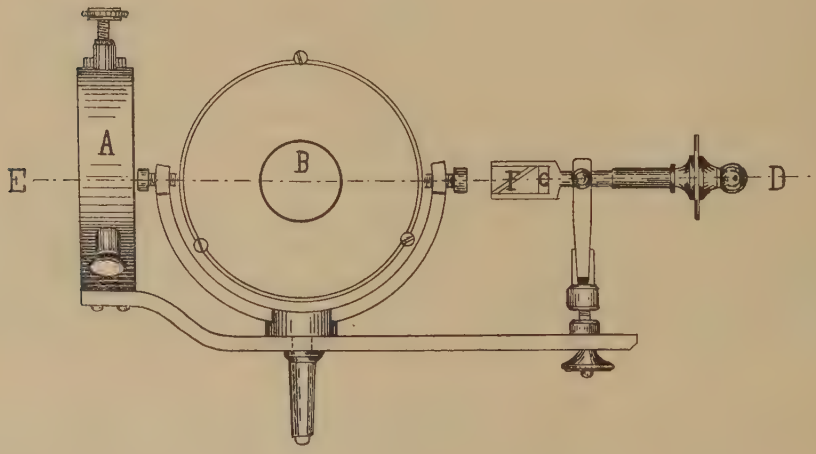


Eine ähnliche Konstruktion gab im Jahre 1870 H. Reitz in Hamburg[2]).

Der Heliotrop von Reitz.

An einem Klemmring A, der mit drei Schrauben an der Objektivfassung des Fernrohres befestigt ist, befindet sich ein Ansatzstück, das

Fig. 10.



den um zwei aufeinander senkrechten Achsen drehbaren Spiegel trägt. Derselbe hat in der Mitte (bei B) ein Loch, so dass man durch diese Öffnung mit dem Fernrohr den Punkt einstellen kann, dem man Licht

[1]) Hofmann, Bericht über die wissenschaftlichen Apparate auf der Londoner internationalen Ausstellung S. 163.

[2]) Zeitschrift für Instrumentenkunde 1881 S. 338.

zusenden will. Von dem reflektierten Licht fängt ein zweiter Spiegel C, welcher normal zur Fernrohrachse ED steht, etwas Licht auf und wirft es ins Fernrohr zurück. Um jedoch diese Lichtstrahlen für das Auge angenehm zu schwächen, wird vor dem kleinen Spiegel ein schrägliegendes Blendglas F einmontiert, welches wegen seiner Neigung niemals selbst Licht ins Fernrohr reflektieren kann. Durch diese Anordnung ist nun erreicht, dass man im Fernrohr den Punkt, der Licht erhält, und darauf ein schwaches Sonnenbild sieht.

Die notwendige Berichtigung gibt Reitz auf folgende Art an:

Man richtet das Fernrohr auf einen gut sichtbaren Punkt in etwa 10—20 m Entfernung und dreht den grossen Spiegel so, bis der Punkt vom reflektierten Sonnenlicht getroffen wird. Hierauf korrigiert man am kleinen Spiegel mit Hilfe des Kugelgelenks so lange, bis das Sonnenbild im Fadenkreuz erscheint.

Der Müllersche Heliotrop.

Derselbe beruht im wesentlichen auf dem Repsoldschen Prinzip [1]). Mit Hilfe der angebrachten Kreise kann die Horizontal- und Vertikalbewegung des Spiegels gemessen werden. Diese Einrichtung will Prof. Müller zu Aufnahmezwecken verwenden. Zwei derartige Apparate, auf einem ca. 1 m langen Lineal angebracht, nennt er Phototrop und will ihn zur Aufnahme des Innern von Höhlen anwenden. Dazu richtet man die beiden Spiegel so, dass sie einen Lichtfleck nach dem aufzunehmenden Punkt reflektieren. Derselbe ist die Spitze eines Dreiecks, von dem die Grundlinie und zwei Winkel bekannt sind. Als Lichtquelle dient eine Lampe, deren Strahlen durch Linsen parallel gerichtet werden. Wichtiger ist:

Der amerikanische Heliotrop.

Auf einem Fernrohr befindet sich ein um zwei aufeinander senkrechten Achsen drehbarer Spiegel (Fig. 11). Vor demselben trägt es zwei gleich hohe Ringe. Wird nun der Spiegel so gedreht, dass der Schatten des vorderen Ringes auf den hinteren fällt, so hat der angezielte Ort Licht [2]). Die Berichtigung erfolgt dadurch, dass man auf einen nahen Punkt Licht reflektiert und die Visierlinie des Fernrohres auf denselben richtet. Neuerdings wird das ganze mit einem kleinen Horizontalkreis als Sucher verbunden und auf einen Dreifuss mit Stellschrauben gesetzt. (Fig. 11.)

---

[1]) Zeitschrift für Instrumentenkunde 1883.

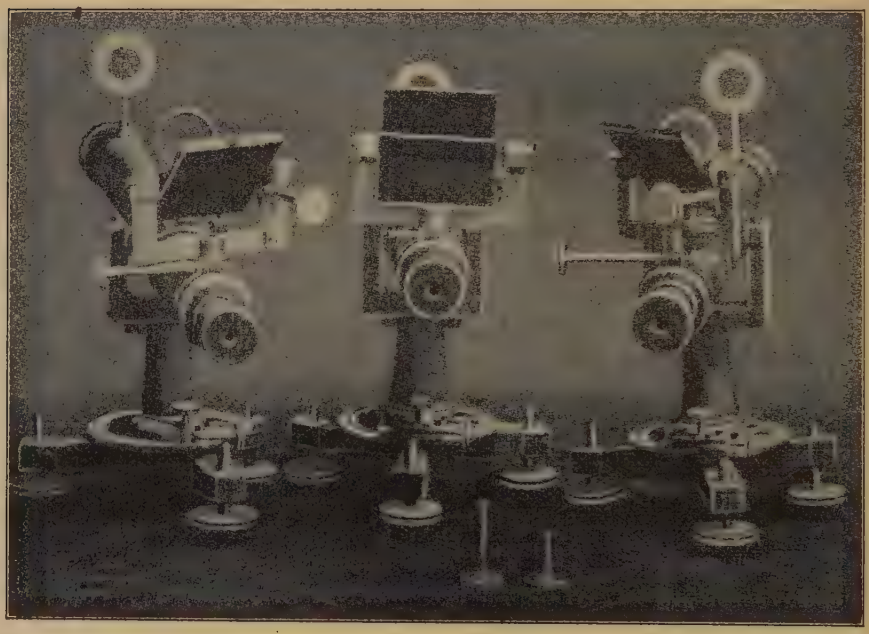
[2]) Die nachstehende Figur wurde aus United States Coast and Geodetic Survey 1900 entnommen.

Der Periheliotrop.

Er wurde von Ingenieur Reitz erfunden [1]) und hat den Zweck, allen Punkten im Horizont in bestimmten Zeitintervallen Licht zuzusenden. Besonders für die Schiffahrt dürfte dieses Instrument von grossem Interesse sein, denn es soll, wie die Leuchtfeuer bei Nacht, tagsüber den ankommenden Schiffen einen Anhaltspunkt zur richtigen Orientierung über die Küste geben. Ausserdem mag es bei der Rekognoszierung gute Dienste leisten.

Reitz konstruierte zwei derartige Apparate, von denen der erste einem Heliostaten ähnlich ist, aber durch ein Uhrwerk noch um eine vertikale Achse gedreht wird. Der zweite besteht in einer Trommel, die sich aus vielen schmalen Spiegelstreifen zusammensetzt und durch Windräder um eine horizontale, das ganze Instrument um eine vertikale Achse bewegt wird.

Fig. 11.



Der amerikanische Heliotrop.

Der Heliostat.

Bei jedem Heliotrop ist ein Mann nötig, der den Leuchtspiegel immer in jene Lage bringt, dass ein bestimmter Punkt ständig reflektiertes Licht

[1]) Zeitschrift für Instrumentenkunde 1883. S. 265.

erhält. Beim Heliostat wird durch ein Uhrwerk dem Spiegel jene Bewegung erteilt, die gewissermassen der Drehung der Erde entgegengesetzt ist, aber mit gleicher Geschwindigkeit erfolgt. Der Heliostat wurde von S'Gravesande erfunden, von Biot, Fahrenheit, Gambey, August usw. verbessert und abgeändert. Verwendung findet er, wenn eine möglichst intensive Beleuchtung eines Objektes notwendig ist, so z. B. bei der Mikrophotographie, Spektrophotographie usw.

Reflektiert der Apparat nicht Sonnenlicht, sondern das Licht der Sterne, so findet er in der Astronomie häufig Verwendung [1]).

Der Gegenspiegel.

Bei der Verwendung des Heliotrops kommt es häufig vor, dass die Sonnenstrahlen sehr schiefwinklig den Leuchtspiegel treffen. Die Reflexion ist dann mangelhaft und, da der Beobachter überhaupt nur die Projektion der Spiegelfläche auf eine zur Visierlinie senkrechten Ebene sehen kann, wird die Fläche zu klein, und infolgedessen das Licht zu schwach. Man hilft sich dann durch Einschalten eines Gegenspiegels, der die Sonnenstrahlen dem Heliotropspiegel zuwirft. Auf dieses Hilfsmittel war bereits Gauss gekommen.

Er schreibt in einem Brief an Gerling am 7. November 1822 [2]): „Bei sehr flacher Inzidenz, wo auch zuletzt die Möglichkeit der Lenkung aufhört, habe ich immer mit dem herrlichsten Erfolge doppelte Reflexion anwenden lassen, indem nicht die Sonne selbst, sondern ein auf der Erde an schicklicher Stelle aufgestellter Handspiegel den Heliotrop speiste."

In sehr ungünstigen Fällen, wenn z. B. von einem Turm aus heliotropiert werden soll, sind oft zwei derartige Hilfsspiegel nötig, um Sonnenlicht auf den Leuchtspiegel zu werfen. Die richtige Aufstellung derselben kann in solchen Fällen schwierig und zeitraubend sein. Dabei muss sorgfältig beachtet werden, dass keiner der Gegenspiegel etwa dem Beobachter selbst Licht zusenden kann, was natürlich zu Verwechselungen Anlass geben könnte.

Das Heliotroplicht.

Die ersten Beobachtungen über das Heliotroplicht stellte Gauss an seinem Sextantenheliotrop an. Er beschrieb sie in einem Brief an Olbers am 1. Juli 1821 [3]): „Bei den kleinen bisher angestellten Versuchen ist es nun so gegangen:

---

[1]) Über den Unterschied zwischen Heliostat und Siderostat s. Zeitschrift f. Instrumentenkunde 1900 S. 332.

[2]) Gauss' Werke Bd. IX S. 381.

[3]) Gauss' Werke Bd. IX S. 468.

Zuerst, bloss auf der Terrasse der Sternwarte, Distanz 60 m, war das Licht so, dass man auch nicht einen Augenblick ohne Schmerz hinsehen durfte[1]). Zweitens etwas abwärts, Distanz 150 m, war das nur ein paar Sekunden fortgesetzte Hinsehen dem Auge peinlich."

Gauss vergrösserte die Entfernung immer mehr bis schliesslich zu 11,89 km. Leutnant Hartmann betitelt das Licht wieder als herrlich und meint, dass es an Intensität wohl noch der Venus in der Abenddämmerung gleichgekommen, aber für das Auge beleidigender gewesen sei.

Jedoch sieht man bei entsprechend grosser Spiegelfläche das Heliotroplicht noch auf viel bedeutendere Entfernungen. So wurden bei der transkontinentalen Triangulierung Lichter (Ruflichter) bis auf fast 300 km mit unbewaffnetem Auge gesehen. Von praktischer Bedeutung ist indessen nur die Sichtbarkeit durchs Fernrohr.

In dieser Hinsicht gibt Herr Geheimrat Nagel eine genaue Beschreibung[2]) und trifft folgende Unterscheidungen:

I. Intensität:

1 = sehr intensiv, 2 = intensiv, hell, 3 = matt, 4 = sehr matt, fast verschwindend.

II. Farbe:

w = weiss, f = feuerrot, r = rötlich, el = dem elektrischen Licht ähnlich, bl = bläulich.

III. Form:

Punkt ●, Schwerpunktsdreieck ⁖, Schwerpunktsviereck ⁘, Kreuz †, Stern ∗, Flamme §, fackelnde Flamme §', Sonne ◯, strahlende Sonne, breite Flamme, wallende Flamme §§.

IV. Grösse:

Die Grösse des Heliotroplichtes wurde nach der Fläche des durch das Fadennetz gebildeten Quadrates geschätzt und unterschieden $\frac{\square}{8}$, $\frac{\square}{4}$, $\frac{\square}{2}$, $\frac{\square}{1}$, ◎ Überquadrat.

V. Bewegung:

1 = ruhig, 2 = etwas bewegt, 3 = bewegt, 4 = sehr bewegt, z = zitternd, ∞ 3 = horizontal bewegt, bl = blitzend.

VI. Die Sicherheit der erhaltenen Einstellung:

1 = sehr gut, 2 = gut, 3 = ziemlich gut, 4 = noch brauchbar.

---

[1]) Der reflektierende Spiegel hatte 2 Zoll Breite und 1¼ Zoll Höhe.

[2]) Astronomisch-geodätische Arbeiten für die Europäische Gradmessung im Königreich Sachsen. II. Abteilung S. 100.

Die Intensität des Heliotroplichtes ist unter sonst gleichen Umständen abhängig von der Grösse der Spiegelfläche [1]).

Und ebenso wird die Grösse des Heliotroplichtes (bei konstanter Entfernung) in erster Linie mit der Fläche des Leuchtspiegels im Zusammenhang stehen. Ist der Spiegel zu gross, so wird das Licht (Fig. 12)

Fig. 12.

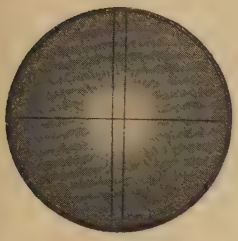


Fig. 13.

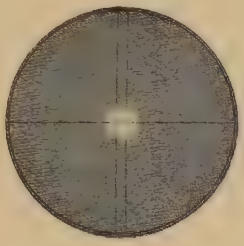
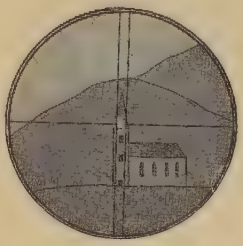


Fig. 14.



strahlend und eignet sich nicht als Zielobjekt für die Triangulierung. Durch Verkleinerung der Spiegelfläche auf etwa $^1/_5$ des vorherigen Betrages verliert das Licht seine allzugrosse Intensität, ist bedeutend weniger strahlend und für die Winkelmessung geeigneter (Fig. 13).

Die nächstfolgende Fig. 14 stellt ein äusserst günstiges Heliotroplicht dar. Es ist klein, scharf und ausgezeichnet gut einstellbar. Von der Kirche, von deren Turm es kommt, ist nur mehr ein ganz schwacher Umriss zu erkennen; die umliegenden Hügel heben sich kaum mehr ab.

Was den Zusammenhang der Zustandserscheinungen des Heliotroplichtes mit der Tageszeit und Witterung betrifft, so ist nach Nagel kurz nach Sonnenaufgang die Bewegung des Lichtes = 3 bei einer Grösse von $\frac{\square}{2}$. Ungefähr eine Stunde lang nehmen Bewegung und Grösse ab, steigen aber wieder, so dass man gegen 9 Uhr eine grosse wallende Flamme erhält, die nicht selten von einem Umfang ist, als ob sie von einem Brande herrühre. Die dabei auftretende Färbung ist rötlich oder gelblich. Nach Baeyer ist das Heliotroplicht um diese Zeit auch oft blass und verwaschen und in starker Bewegung. Zuweilen wird die Zerstreuung durch Schlieren in der Luft so stark, dass man an Stelle des glänzenden Lichtpunktes nur mehr ein kleines, weisses, kaum bemerk-

[1]) Aus einigen vorläufigen Versuchen, die ich darüber angestellt habe, hat sich ergeben, dass die Intensität des Lichtes proportional der Fläche des Leuchtspiegels gesetzt werden kann.

Von der Veröffentlichung des Beobachtungsmaterials sei zunächst abgesehen, da ich mich zurzeit mit einer eingehenderen Untersuchung über diesen Gegenstand beschäftige.

bares Wölkchen am Horizont erblickt, das schliesslich ganz verschwindet. Nach dem Maximum der Tageswärme konzentrieren sich aber die Lichtstrahlen wieder, die Helligkeit nimmt zu, die Grösse ab, so dass schliesslich das Bild einer strahlenden Sonne entsteht. Nach und nach wird eine Scheibe daraus von der Grösse 1, die Bewegung wird regelmässiger, das Hüpfen geht in ein Zittern über, das allmählich so gering wird, dass man auf den Heliotrop gut einstellen kann. Dieser Zustand tritt ungefähr zwischen 4—5 Uhr nachmittags ein. Gegen 6 Uhr hat die Lichtscheibe allmählich die Form einer Flamme oder eines Sternes angenommen und die Bewegung = 2. Schliesslich bildet sich ein Kreuz, das in ein Schwerpunktsdreieck oder Schwerpunktsviereck übergeht. Nach Baeyer tritt nahe am Abend noch eine zweite Periode des Zitterns ein, die aber viel langsamere Schwingungen macht, so dass man häufig die einzelnen Bilder in einer Anzahl bestimmter Lichtpunkte, welche in Kreisform um einen Mittelpunkt zu hüpfen scheinen, noch deutlich erkennen kann. 1—$1^1/_2$ Stunden vor Sonnenuntergang bleibt nur mehr der Mittelpunkt übrig, der völlig ruhig erscheint. Dieser Zustand ist aber für die Winkelmessung der bedenklichste, da dieses Punktlicht langsame horizontale Bewegungen ausführt.

Indessen ist diese Reihenfolge der Lichterscheinungen nur bei ganz normalen Verhältnissen zutreffend. Lokale Einflüsse spielen dabei die grösste Rolle. In der Nähe der Küste oder wenn der Lichtstrahl nahe den Erdboden streift, ist meistens das Zittern und Hüpfen des Lichtes heftiger.

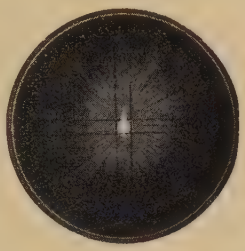
Im Gebirge, wo die Visuren in bedeutender Höhe über den Boden laufen, sind im allgemeinen die Lichter günstiger als in der Ebene. Nach Nagel ist es besser, wenn die Beobachtungsstation hochgelegen und die Heliotropstation in der Ebene ist. Im umgekehrten Falle sind die Lichter wesentlich schlechter. Daraus lässt sich schliessen, dass die Bodenstrahlung auf der Heliotropstation das Licht weniger beeinflusst als auf der Beobachtungsstation. Hatte diese bedeckten Himmel, so ergaben sich auch bei sonst ungünstigen Tageszeiten und selbst in der Ebene gute Resultate.

Über eine interessante Lichterscheinung teilte mir Herr Obergeometer Clauss (München) mit:

Bei der Triangulierung des pfälzischen Hauptdreiecksnetzes ging die 45 km lange Visur Mannheim Sternwarte — St. Michael dreimal über den Rhein und dann noch über einen Hochwald. Das Licht zeigte sich als graue Scheibe, wie in nachstehender Fig. 15 angedeutet ist. Von dem äusseren Ring gingen Fackeln und farbige Strahlen aus, in der

Mitte war ein weisser, matter Kernpunkt, auf den eingestellt wurde. In der 3.—4. Nachmittagsstunde verschwand allmählich der obengenannte Ring und es blieb der nunmehr im hellen, weissen Licht erstrahlende Kern übrig. Aus dem Übereinstimmen der Beobachtungen zeigte sich, dass der früher anvisierte mittlere Kern das Zentrum der Station gebildet hatte.

Fig. 15.



Eine weitere merkwürdige optische Erscheinung ist die Zerlegung des Sonnenlichtes in rot, weiss und blau, oder seltener in rot, gelb und grün; bei Linien über 60—70 Meilen wirkt die dazwischenliegende Luft als Prisma [1]).

Bei Dunst und Rauch zeigt sich die grosse Intensität des Heliotroplichtes am deutlichsten. Gauss erwähnt [2]), dass das Licht (bei Moorrauch) noch durchdringt, wenn von Hügel oder Turm, von dem es kommt, schon längst keine Spur mehr zu erkennen ist.

Bei Nebel erscheinen Lichter brauchbar, die bei klarer Luft zu gross und zu intensiv wären. Die Farbe ist dabei vielfach rötlich oder gelblich. Der Nebel wirkt offenbar wie ein Filter, der einen Teil der Strahlen verschlingt. Dies war auch der Grund, weshalb bei der Verbindung von Spanien mit Algier (bei Entfernungen von 225—274 km) keine Heliotrope verwendet werden konnten. Versuche mit quadratischen Spiegeln bis 0,3 m Seitenlänge missglückten, weil die über dem Mittelmeer stetig aufsteigenden Nebel das Heliotroplicht zu sehr dämpften. Schon bei der im Sommer 1878 ausgeführten Rekognoszierung zeigten sich die Heliotroplichter trotz der starken Fernrohrvergrösserung als sehr schwach und unbestimmt und kaum noch wahrnehmbar.

Dagegen waren die Erfahrungen, die in Nordamerika bei zum Teil noch grösseren Entfernungen mit dem Heliotrop gemacht wurden, durchaus zufriedenstellend. Z. B. bei der Missouri-Kansaskette wurde bei den längsten Visuren (Diagonalen) und bei nebligem Wetter der Heliotrop mit Vorteil gebraucht. Und bei der Rocky-Mountainkette ward die längste der bis jetzt überhaupt vorkommenden Dreiecksseiten (mit Hin- und Rückvisur) Mount Ellen-Uncompahgre (294 km) mit Heliotroplicht sichtbar gemacht. Die beiden anderen Seiten waren 163 bezw. 146 km. Trotz dieser gewaltigen Länge der Visuren war der Dreiecksschlussfehler nur 0,472" [3]).

---

1) Verhandlungen der 9. Konferenz der internationalen Erdmessung. Annexe B. XVII. S. 6.

2) Arbeitsbericht 1824.

3) United States Coast and Geodetic Survey 1900. S. 565.

Die Beobachtungszeit des Heliotroplichtes.

Lichter der Intensität 1 oder der Grösse des Überquadrates sind für die Triangulierung überhaupt unbrauchbar und der Beobachter muss sie zu schwächen suchen oder er ist gezwungen zu warten.

Die Morgenstunden gewähren selten so ruhige Bilder, dass es sich der Mühe lohnt Beobachtungen zu machen. In dieser Hinsicht gibt Struve Aufschluss in der Beschreibung der Breitengradmessung in den Ostseeprovinzen Russlands[1]): „In den ersten Zeiten der Messungen war ich jeden Morgen mit Sonnenaufgang am Instrument, um einige brauchbare Beobachtungen zu erhaschen, die Erfahrung lehrte mich aber, dass man nur seine Kräfte unnütz verschwendet, und wenn man auch frühmorgens Beobachtungen erhält, dass diese fast immer von geringer Zuverlässigkeit sind. So gab ich späterhin die Frühbeobachtungen auf. Um Mittag und gegen Sonnenuntergang findet meist ein lebhaftes Schwirren der Lichter statt. Dazwischen liegt ein Zeitraum, der sich für Beobachtungen eignet und zwar in der Regel einige Stunden vor Sonnenuntergang. Aus der Zusammenstellung der Beobachtungszeiten findet sich an Tagen, wo kein Hindernis durch Regen eintritt, der Anfang der günstigsten Bilder im Mittel:

Im Mai	5,4^h	wahrer	Zeit
„ Juni	5,7^h	„	„
„ Juli	4,9^h	„	„
„ August	4,3^h	„	„
„ Oktober	2,6^h	„	„

Hieraus ergibt sich, dass der Anfang der ruhigen Bilder in einer mittleren Polhöhe von 58° nahezu auf 0,6 der Zeit von der Kulmination bis zum Untergang fällt. In den Wintermonaten glaube ich, dass derselbe noch näher an den Mittag rückt. Die Dauer der günstigen Bilder finde ich im Mittel für die Monate Mai bis August = 2 Stunden 10 Minuten".

Ganz allgemein lässt sich sagen, dass pro Tag das Heliotroplicht zweimal zittert und zweimal ruhig ist. Wegen der kurzen Dauer der Morgenruhe ist der Trianguleur hauptsächlich auf den Nachmittag angewiesen. Indessen gibt es nach Baeyer wieder Tage, allerdings selten, wo man selbst in den Mittagsstunden beobachten kann. Dagegen gibt es auch wieder welche, an denen das Zittern nicht aufhört und so heftig ist, dass man gar nicht beobachten kann. Besondere Witterungsverhältnisse haben den grössten Einfluss. Bei Höhenrauch bleibt das Licht, so lange es durchdringt, den ganzen Tag über ruhig und eignet sich vortrefflich

[1]) I. Teil. S. 87 und 88.

zum Beobachten, nur muss es oft erst nach Azimut und Zenitdistanz aufgesucht werden. An windigen Tagen, besonders bei trockenen Nordostwinden, tritt ebenfalls selten Zittern ein. Dagegen ist es nach starken Regengüssen immer so heftig, dass ein Beobachten unmöglich ist. Auch Spiegelungen kommen vor, doch habe ich die Spiegelbilder nie anders als genau in einer Vertikalebene gesehen [1]).“

Bei der preussischen Landesaufnahme, deren äussere Tätigkeit sich von Mitte Mai bis Ende Oktober erstreckt, werden die Winkel für das Netz erster Ordnung von ca. 4 Uhr ab gemessen. Als Zielobjekte kamen nur Heliotrope in Verwendung.

Aus all dem Gesagten sehen wir, dass ja zwar die Beobachtungszeit bei Heliotroplicht nur 2—4 Stunden dauert, jedoch muss zugegeben werden, dass die damit erreichten Resultate den jetzigen Ansprüchen an die Messungsgenauigkeit vollauf Genüge leisten. General Schreiber berichtet [2]), dass man bei Netzen erster Ordnung bei ganz ohne Heliotrop beobachteten Richtungen vor einem konstanten Fehler von mehreren Sekunden selten sicher sei, denn man stellt, je nach dem Stande der Sonne, einen mehr oder weniger vom Zentrum entfernt gelegenen Punkt ein.

Die ausgiebigste Verwendung des Heliotrops bei allen grösseren Triangulierungen beweist genügend, dass die erreichten Vorteile gegenüber den wenigen Nachteilen, wie kurze Beobachtungszeit, Erfordernis des Sonnenlichtes und einer ständigen Bedienung um ein Bedeutendes überwiegend sind.

2. Die Genauigkeit des Heliotrops.

Schon im Jahre 1833 hat Professor Stampfer „über die Genauigkeit des Visierens bei Winkelmessungen“ Versuche angestellt und veröffentlicht [3]). Auf Grund derselben gelangt er zu folgenden Ergebnissen: „Bei gut achromatischen Fernröhren ist unter den günstigsten Umständen und, wenn die dazwischenliegende Luft keinen störenden Einfluss üben würde, die Genauigkeit der Visur nahe der Vergrösserung proportional, vorausgesetzt, dass diese mit den übrigen Dimensionen und mit der Vollkommenheit des Objektives im gehörigen Verhältnisse steht, und eher von schwächerem als stärkerem Grade ist. Man kann also für ein gutes Fernrohr mit mässiger Vergrösserung unter Voraussetzung günstiger Umstände den wahrscheinlichen Visurfehler näherungsweise finden, wenn man den Visurfehler des freien Auges unter denselben Umständen durch die Vergrösserungszahl dividiert“.

---

1) Siehe auch die Astronomisch-geodätischen Arbeiten des militär-geograph. Institutes in Wien. Bd. II. 1873. S. 11.

2) Zeitschrift für Vermessungswesen 1878. S. 228.

3) Prechtls Jahrbücher des k. k. polytechnischen Institutes. Bd. 18. S. 230.

Aus seinen Versuchen erhielt er folgende Resultate, die für die Vergrösserung = 1 durch Multiplikation mit der entsprechenden Vergrösserungszahl erhalten wurden [1]).

Visurfehler	Vergrößerung v	Visurfehler für v = 1
0."72	5	3."6
0."54	12	6."5
0."26	26	6."8
0."22	28	6."2
0."26	29	7."5
0."11	64	7."0
0."45	13	5."8
		6."2 = Mittelwert.

Der durchschnittliche Visurfehler für die Vergrösserung v = 1 wäre damit

$$t = 6."2.$$

Später findet Wagner gelegentlich einer Untersuchung über die mit dem Reichenbachschen Distanzmesser erreichbare Genauigkeit [2]) für den durchschnittlichen Zielfehler bei der Vergrösserung = 1

$$t = 5."4.$$

Für eine beliebige Fernrohrvergrösserung v berechnet sich dann der Visurfehler zu

$$\delta = \frac{t}{v}.$$

Bei den beiden Versuchen wurde die Breite des Zielobjektes oder die Fernrohrvergrösserung verändert, die Entfernung blieb bei den Untersuchungen von Stampfer konstant, bei Wagner bewegt sie sich zwischen 50—500 m. Für die Anwendung von Fernröhren ist aber auch die Entfernung von $^1/_2$ km noch klein. In folgendem soll nun der Zielfehler auch für grössere Entfernungen untersucht werden. Als Zielobjekt dient der Heliotrop, als Zielapparat ein Mikroskoptheodolit [3]).

Um auf den Zielfehler zu kommen, musste zuerst der Einstellfehler der Mikroskopfäden auf die Teilstriche des Limbus ermittelt werden. Dies geschah folgendermassen: Am Mikroskop II des Mikroskoptheodolits Nr. 32

[1]) Die folgenden Werte sind keine mittleren Fehler im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate, sondern durchschnittliche Fehler.

[2]) Zeitschrift für Vermessungswesen. 1886. S. 99.

[3]) Derselbe wurde mir in gütigster Weise vom geod. Institut der Techn. Hochschule München zur Verfügung gestellt.

von Ertel und Sohn wurde ein gut sichtbarer Strich der Kreisteilung eingestellt und an der Trommel abgelesen. Nach einer kleinen Verdrehung derselben wurde die Mitte der Mikroskopfäden genau wieder auf denselben Teilstrich gebracht und eine zweite Trommelablesung gemacht. Diesen Vorgang 18—26 mal wiederholt, ergab aus den Abweichungen der einzelnen Ablesungen gegen ihr arithmetisches Mittel den mittleren Fehler

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}.$$

Um etwaige Schraubenfehler oder andere schädliche Einflüsse zu eliminieren, wurde für verschiedene Stellen der Mikroskopschraube auf die gesagte Weise der mittlere Einstellfehler der Mikroskopfäden auf einen Limbusteilstrich bestimmt.

So fand ich 39 mittlere Fehler, die sich insgesamt auf ca. 1000 Ablesungen gründen. Nun tritt aber die Frage an uns heran, wie sollte diese Reihe von mittleren Fehlern am besten zu einem einzigen Mittelwert vereinigt werden. Auf den ersten Blick möchte es erscheinen, dass sich das fragliche Hauptmittel zu

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \ldots m_z}{z}$$

berechne. Jedoch würde eine solche Zusammenfassung einen durchschnittlichen Wert ergeben. Am besten wird die Vereinigung auf dieselbe Art und Weise erfolgen wie die mittleren Fehler selbst berechnet wurden. Da aber die einzelnen mittleren Fehler nicht alle auf der gleichen Anzahl von Ablesungen beruhen, müssen sie mit entsprechenden Gewichten p belastet werden. Daher wird das fragliche Hauptmittel aus

$$M = \pm \sqrt{\frac{p_1 m_1^2 + p_2 m_2^2 + \ldots . p_z m_z^2}{p_1 + p_2 + \ldots p_z}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

zu bilden sein. Ausserdem geniessen wir bei der Berechnung nach (1) noch den Vorteil, dass M mit unbestimmten Vorzeichen aus der Wurzel hervorgeht. Über die Wahl der Gewichte p gibt uns die Ausgleichungsrechnung dahin Bescheid, dass das Gewicht einer Beobachtung am besten umgekehrt proportional dem Quadrate ihres mittleren Fehlers zu nehmen ist. Als Beobachtungen gelten dabei die einzelnen mittleren Fehler $m_1 — m_z$. Der mittlere Fehler eines solchen aus scheinbaren Fehlern berechneten mittleren Fehlers ist[1])

$$m(m) = \pm \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}}$$

wobei n die Zahl der Beobachtungen bedeutet, aus denen der mittlere

1) Jordan I S. 557.

Fehler m selbst berechnet wurde. Z. B. für den ersten mittleren Fehler m_1 liegen n_1 Beobachtungen vor. Dann ist

Mittlerer Fehler	Mittlerer Fehler von m_1	Gewicht
$m_1 = \pm \sqrt{\frac{[v\,v]}{n_1 - 1}}$	$m(m_1) = \pm \frac{m_1}{\sqrt{2\,(n_1 - 1)}}$	$p_1 = \frac{n_1 - 1}{m_1^2}$

Um nun zu zeigen, dass der aus Gleichung (1) berechnete Mittelwert tatsächlich günstiger ist, als der aus der etwa entsprechenden Formel

$$\pm M = \frac{p_1 m_1 + p_2 m_2 + \ldots . p_z m_z}{p_1 + p_2 + \ldots p_z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

gefundene Wert kann man sagen: Es wird jene Berechnungsart besser sein, deren Resultat den kleineren Fehler in sich schliesst. Zu einer diesbezüglichen Untersuchung wollen wir die Fehlerfortpflanzung ins Auge fassen, wie sie bei den Formeln (1) bezw. (2) wirkt.

I.

Als Funktionsgleichung sei angenommen (1)

$$M = \sqrt{\frac{p_1 m_1^2 + p_2 m_2^2 + \ldots p_z m_z^2}{p_1 + p_2 + \ldots . p_z}}.$$

Da nun die Ausgangswerte m_1 bis m_z um den Betrag

$$m(m) = \pm \frac{m}{\sqrt{2\,(n-1)}}$$

fehlerhaft sind, wird auch M einen gewissen Fehler $\pm \mu$ haben.

μ selbst ergibt sich aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\mu = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta M}{\delta m_1}\right)^2 \cdot \frac{m_1^2}{2\,(n_1 - 1)} + \ldots . \left(\frac{\delta M}{\delta m_z}\right)^2 \cdot \frac{m_z^2}{2\,(n_z - 1)}}.$$

Bei der Bildung der partiellen Differentialquotienten ist zu beachten, dass auch p eine Funktion von m ist. Es ergibt sich nach einigen Vereinfachungen:

$$\frac{\delta M}{\delta m_1} = \sqrt{\frac{[p\,m^2]}{[p]^3} \cdot \frac{n_1 - 1}{m_1^3}}; \quad \frac{\delta M}{\delta m_z} = \sqrt{\frac{[p\,m^2]}{[p]^3} \cdot \frac{n_z - 1}{m_z^3}}$$

Dann ist

$$\mu^2 = \frac{[p\,m^2]}{[p]^3} \cdot \frac{n_1 - 1}{2\,m_1^4} + \ldots . \frac{[p\,m^2]}{[p]^3} \cdot \frac{n_z - 1}{2\,m_z^4}$$

und weil

$$p\,m^2 = n - 1$$

wird

$$\mu^2 = \frac{[p\,m^2]}{2\,[p]^3} \cdot \left[\frac{p}{m^2}\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

II.

Als Funktionsgleichung sei jetzt angenommen

$$M' = \frac{p_1 m_1 + p_2 m_2 + \ldots . p_z m_z}{p_1 + p_2 + \ldots . p_z}$$

Da die Ausgangswerte m_1 bis m_z wieder um den Betrag $m(m) = \pm \frac{m}{\sqrt{2(n-1)}}$ fehlerhaft sind, können wir analog wie vorher einen Fehler μ' von M' berechnen.

$$\mu' = \pm \sqrt{\left(\frac{\delta M'}{\delta m_1}\right)^2 \cdot \frac{m_1^2}{2(n_1 - 1)} + \ldots \left(\frac{\delta M'}{\delta m_z}\right)^2 \cdot \frac{m_z^2}{2(n_z - 1)}} \quad . \quad . \quad (4)$$

Es ergibt sich

$$\frac{\delta M'}{\delta m_1} = \frac{2[pm] \cdot \frac{p_1}{m_1} - [p] \cdot p_1}{[p]^2} \; ; \; \frac{\delta M'}{\delta m_z} = \frac{2[pm] \cdot \frac{p_z}{m_z} - [p] \cdot p_z}{[p]^2}$$

und damit wird aus (4)

$$(\mu')^2 = \frac{\left(2[pm] \cdot \frac{p_1}{m_1} - [p] \cdot p_1\right)^2}{2[p]^4 \cdot p_1} + \ldots . \frac{\left(2[pm] \cdot \frac{p_z}{m_z} - [p] \cdot p_z\right)^2}{2[p]^4 \cdot p_z}$$

Dabei wurde gesetzt

$$\frac{m_1^2}{2(n_1 - 1)} = \frac{1}{2 p_1} \qquad \frac{m_z^2}{2(n_z - 1)} = \frac{1}{2 p_z}.$$

Wenn man ausquadriert, lässt sich mit p durchdividieren und nach dem Summieren wird

$$(\mu')^2 = \frac{4[pm]^2 \cdot \left[\frac{p}{m^2}\right] - 4[pm] \cdot [p] \cdot \left[\frac{p}{m}\right] + [p]^3}{2[p]^4} \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Nun bilden wir

$$\left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 = \frac{4[pm]^2 \cdot \left[\frac{p}{m^2}\right] - 4[pm]\left[\frac{p}{m}\right][p] + [p]^3}{[pm^2][p]\left[\frac{p}{m^2}\right]}$$

Dividiert man mit dem Nenner und berücksichtigt, dass nach (1) bezw. (2)

$$M^2 = \frac{[pm^2]}{[p]} \text{ u. } M' = \frac{[pm]}{[p]}$$

so wird

$$\left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 = 4\left(\frac{M'}{M}\right)^2 - \frac{M'}{M^2} \cdot \frac{\left[\frac{p}{m}\right]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]} + \frac{[p]}{M^2\left[\frac{p}{m^2}\right]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Die weitere Untersuchung wird sich nun darauf erstrecken, ob $\frac{\mu'}{\mu}$ grösser oder kleiner als 1 ist. Es lässt sich leicht einsehen, dass die

Mittelwerte M und M′ jedenfalls nicht viel voneinander abweichen. Da M′ wie ein durchschnittlicher Fehler und M wie ein mittlerer Fehler aus denselben Ausgangswerten berechnet wurden, wird

$$M \leqq M'$$

weil der mittlere Fehler höchstens gleich dem durchschnittlichen Fehler werden kann.

Setzen wir

$$\frac{M'}{M} = 1 - x$$

so ist dabei x eine kleine Grösse, deren Quadrat wir sicher vernachlässigen können. Dies in (6) eingesetzt gibt

$$\left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 = 4(1-2x) - \frac{1-x}{M} \cdot \frac{\left[\frac{p}{m}\right]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]} + \frac{1}{M^2} \cdot \frac{[p]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]}$$

$$\left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 - 1 = 3 - \frac{1}{M} \cdot \frac{\left[\frac{p}{m}\right]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]} + \frac{1}{M^2} \cdot \frac{[p]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]} - x\left(8 - \frac{1}{M} \cdot \frac{\left[\frac{p}{m}\right]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]}\right) \quad (7)$$

Wird die linke Seite der Gleichung (7) zu Null, so lässt sich x berechnen

$$x = \frac{3M^2\left[\frac{p}{m^2}\right] - M\left[\frac{p}{m}\right] + [p]}{8M^2\left[\frac{p}{m^2}\right] - M\left[\frac{p}{m}\right]} \quad \ldots\ldots (8)$$

Für den Spezialfall

$$\left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 = 1$$

wird

$$\frac{M'}{M} = 1 - x = \frac{5M^2\left[\frac{p}{m^2}\right] - [p]}{8M^2\left[\frac{p}{m^2}\right] - M\left[\frac{p}{m}\right]} = A \quad \ldots\ldots (9)$$

Der Ausdruck A stellt also jenen Wert dar, für den die beiden Berechnungsarten gleich günstig sind. Wird x um den Betrag δ kleiner als die rechte Seite von (8), so erhalten wir aus (7)

$$\left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 - 1 = 3 - \frac{1}{M} \cdot \frac{\left[\frac{p}{m}\right]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]} + \frac{1}{M^2} \cdot \frac{[p]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]} - (x-\delta)\left(8 - \frac{1}{M} \cdot \frac{\left[\frac{p}{m}\right]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]}\right)$$

$$= 0 + \delta\left(8 - \frac{1}{M} \cdot \frac{\left[\frac{p}{m}\right]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]}\right)$$

d. h. es wird

$$\frac{\mu'}{\mu} > 1$$

solange

$$8 > \frac{1}{M} \cdot \frac{\left[\frac{p}{m}\right]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Um über (10) einen Anhaltspunkt zu haben, denken wir uns in den Summen die einzelnen m_1 bis m_z durch ihren Mittelwert M ersetzt, dann ist

$$\frac{1}{M} \cdot \frac{\left[\frac{p}{m}\right]}{\left[\frac{p}{m^2}\right]} = \frac{1}{M} \cdot \frac{\frac{[p]}{M}}{\frac{[p]}{M^2}} = \frac{1}{M} \cdot \frac{[p]}{M} \cdot \frac{M^2}{[p]} = 1$$

und somit wird die Bedingung (10) leicht erfüllt. Durch Einführung von $x - \delta$ erhalten wir aus (9)

$$\frac{M'}{M} = 1 - (x - \delta) = 1 - x + \delta = A + \delta \quad \ldots\ldots \quad (11)$$

Die Formeln (11) und (10) geben also für

$$\frac{M'}{M} > A \qquad\qquad \frac{\mu'}{\mu} > 1$$

Einen Näherungswert für A erhalten wir wieder, indem wir in (9) statt den einzelnen m_1 bis m_z deren gemeinschaftlichen Mittelwert M setzen.

$$A \backsim \frac{5[p] - [p]}{8[p] - [p]} = \frac{4}{7}.$$

Da $A \sim 0{,}57$ wesentlich kleiner wie 1 und $\frac{M'}{M}$ in den allermeisten Fällen grösser wie A ist, jedoch den Wert 1 niemals überschreitet, wird fast ausschliesslich $\frac{\mu'}{\mu} > 1$.

Damit ist aber die Berechnungsart (1) die günstigere, weil sie den kleineren Fehler in sich schliesst. Wir vereinigen daher die nachfolgenden Werte nach der Gleichung

$$M = \pm \sqrt{\frac{[p\,m^2]}{[p]}}.$$

Für die mittleren Einstellfehler der Mikroskopfäden ergaben sich folgende Zahlenwerte[1]):

---

[1]) Der Theodolit hatte Centesimalteilung.

$m_1 = \pm 5.^{cc}45$	$p_1 = 0.57$	$m_{14} = \pm 3.^{cc}14$	$p_{14} = 2.64$	$m_{27} = \pm 4.^{cc}84$	$p_{27} = 1.07$
$m_2 = 5.72$	$p_2 = 0.52$	$m_{15} = 3.46$	$p_{15} = 2.09$	$m_{28} = 3.47$	$p_{28} = 2.08$
$m_3 = 4.00$	$p_3 = 1.06$	$m_{16} = 4.08$	$p_{16} = 1.56$	$m_{29} = 3.75$	$p_{29} = 1.78$
$m_4 = 3.87$	$p_4 = 1.67$	$m_{17} = 4.50$	$p_{17} = 1.18$	$m_{30} = 3.81$	$p_{30} = 1.72$
$m_5 = 3.98$	$p_5 = 1.58$	$m_{18} = 3.24$	$p_{18} = 2.29$	$m_{31} = 3.52$	$p_{31} = 2.02$
$m_6 = 3.67$	$p_6 = 1.93$	$m_{19} = 5.54$	$p_{19} = 0.78$	$m_{32} = 4.25$	$p_{32} = 1.38$
$m_7 = 4.01$	$p_7 = 1.55$	$m_{20} = 4.94$	$p_{20} = 0.98$	$m_{33} = 3.73$	$p_{33} = 1.80$
$m_8 = 3.51$	$p_8 = 2.03$	$m_{21} = 5.23$	$p_{21} = 0.80$	$m_{34} = 3.91$	$p_{34} = 1.63$
$m_9 = 3.34$	$p_9 = 2.24$	$m_{22} = 5.05$	$p_{22} = 0.94$	$m_{35} = 3.03$	$p_{35} = 2.72$
$m_{10} = 2.43$	$p_{10} = 4.23$	$m_{23} = 4.22$	$p_{23} = 1.40$	$m_{36} = 5.22$	$p_{36} = 0.92$
$m_{11} = 3.21$	$p_{11} = 2.33$	$m_{24} = 4.90$	$p_{24} = 1.04$	$m_{37} = 4.42$	$p_{37} = 1.28$
$m_{12} = 3.29$	$p_{12} = 2.31$	$m_{25} = 3.88$	$p_{25} = 1.66$	$m_{38} = 4.47$	$p_{38} = 1.25$
$m_{13} = 3.94$	$p_{13} = 1.55$	$m_{26} = 3.80$	$p_{26} = 1.73$	$m_{39} = 3.30$	$p_{39} = 2.30$

Die Gewichte wurden, wie schon früher angegeben, nach

$$p = \frac{n-1}{m^2}$$

berechnet. Aus den vorliegenden Zahlenwerten ergibt sich nach

Gleichung (1) bezw. (3) $M = \pm 3.^{cc}82$ $\mu = \pm 0.^{cc}094$

und nach „ (2) „ (5) $M' = \pm 3.76$ $\mu' = \pm 0.^{cc}113$

Daraus wird

$$\frac{M'}{M} = 0.984 \text{ also } < 1 \text{ u. } > \frac{4}{7} \qquad \frac{\mu'}{\mu} = 1.2 \text{ also } > 1.$$

M ist also um zirka 20 % günstiger als M′. Betrachten wir M bezw. M′ als wahrscheinlichsten Wert und bilden die scheinbaren Fehler der als Beobachtungen geltenden m, so wird

1) für M $[p\,v\,v] = 31.32$
2) für M′ $[p\,v'v'] = 31.74.$

Auch dies ist ein Fingerzeig, dass M besser ist als M′, da die Quadratsumme der scheinbaren Fehler für M kleiner ist als für M′. Wir nehmen daher für die Folge als mittleren Einstellfehler der Mikroskopfäden

$$M = \pm 3.^{cc}82 \quad \pm 0.^{cc}09.$$

Behufs Ermittelung des Zielfehlers stellt man das Fernrohr auf den Heliotrop ein, pointiert die Mikroskopfäden auf einen geeigneten Limbusteilstrich und liest an der Trommel ab. Diesen Vorgang öfters wiederholt, gibt aus den Abweichungen der einzelnen Beobachtungen gegen ihr arithmetisches Mittel einen Gesamtfehler $g = \pm \sqrt{\frac{[v\,v]}{n-1}}$, der sich hauptsächlich aus dem Zielfehler z und dem Einstellfehler der Mikroskopfäden $= M$ zusammensetzt. Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ist

$$g^2 = z^2 + M^2.$$

Da g und M bekannt sind, ergibt sich

$$z = \pm \sqrt{g^2 - M^2}.$$

Dieser Zielfehler z wurde nun bei verschiedenen Entfernungen und variabler Spiegelfläche auf den Heliotrop ermittelt.

Derselbe wird sein

1. eine Funktion der reflektierenden Spiegelfläche,
2. „ „ der Entfernung,
3. „ „ atmosphärischer Einflüsse,
4. „ „ der Fernrohrvergrösserung des Zielinstrumentes.

1. Der Zielfehler als Funktion der reflektierenden Spiegelfläche.

Um zu untersuchen, ob die Form der Spiegelfläche auf die Einstellgenauigkeit irgend welchen Einfluss habe, wurden extreme Fälle ins Auge gefasst:

An Stelle des quadratischen Spiegels eines Repsoldschen Heliotrops wurden Spiegelstreifen, die in der Mitte von der Folie befreit waren, verwendet. Schon auf einige hundert Meter Entfernung zeigte sich, dass mit blossem Auge absolut nicht mehr unterschieden werden konnte, ob der Streifen gerade die lange Seite horizontal oder vertikal hatte.

Genauere Versuche fanden folgendermassen statt:

Von der $3^1/_2$ km entfernten Heliotropstation Heideck wurde von einem Repsoldschen Heliotrop Licht nach der Beobachtungsstation München Frauenturm gesandt. Der verwendete Spiegel hatte 14 cm Länge und 1 cm Breite. Das genaue Richten des Zentrallichtes auf die Beobachtungsstation zeigte sich hierbei als ziemlich schwierig und brachte einige missglückte Versuche mit sich. Schliesslich wurde vom Beobachter solange heliotropisches Gegenlicht gegeben, bis der Spiegel das hellste und strahlendste Licht sandte. Die damit erreichte Stellung des Schattenpunktes zum Diopter wurde vom Heliotropeur während der Dauer eines Versuches festgehalten.

Um jedes Vorurteil auszuschliessen, war mir als Beobachter nicht bekannt, ob der Spiegelstreifen gerade in seiner Längsrichtung horizontal oder vertikal war. Ich wusste lediglich, dass der Spiegel bis zu einem Lichtsignal meinerseits dieselbe Stellung beibehielt; die Zeit des Wechselns wurde beiderseits registriert und so nachträglich die Stellung des Streifens festgestellt.

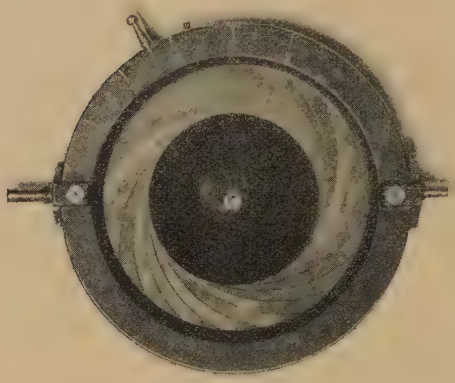
Als Resultat ergab sich, dass schon auf $3^1/_2$ km die Stellung des Streifens absolut (selbst bei 50facher Vergrösserung) nicht mehr zu unterscheiden war. Bei beiden Lagen wurde der Zielfehler ermittelt. Derselbe ergab sich für

Stellung I. Streifen horizontal 14 cm, vertikal 1 cm $z_I = \pm 3.^{cc}6$
„ II. „ „ 1 cm, „ 14 cm $z_{II} = \pm 4.^{cc}7$

Dies zeigt, dass der Zielfehler nicht von der horizontalen Dimension des Spiegels abhängt, denn sonst könnte bei Stellung I nicht ein sogar etwas kleinerer Wert wie bei Stellung II sich ergeben.

Da die Form der reflektierenden Spiegelfläche gleichgültig ist, wurde für die folgenden Versuche eine vollständig symmetrische Fläche, die Kreisfläche gewählt. Um derselben schnell und bequem eine bestimmte Grösse geben zu können, brachte ich vor dem Spiegel eine Irisblende (s. nebenstehende Fig. 16) an, die durch einen Hebel reguliert werden konnte.

Fig. 16.



In Verbindung mit diesem Hebel war ein Zeiger, der sich längs einer Skala verschob. Hinter den Lamellen der Blende befand sich ein in der Mitte durchbohrter Glasspiegel, der nach dem Repsoldschen System um zwei Achsen drehbar war. Sollte nun eine Spiegelfläche von bestimmter Grösse eingestellt werden, so brauchte man nur den Hebel auf die entsprechende Zahl der Skala zu bringen. Zur Ermittelung der Kreisflächen bei den verschiedenen Einstellungen des Zeigers auf die Skala kam an Stelle des Spiegels ein ziemlich unempfindliches photographisches Kopierpapier, das solange der Belichtung ausgesetzt war, bis der freie Teil tiefschwarz erschien. Von diesen Kopien wurden, ohne sie in irgendwelches Bad zu bringen, die Flächen direkt graphisch ermittelt. Es ergab sich für

Blende 1 = 22,32 cm² Spiegelfläche
„ 2 = 13,68 „ „
„ 3 = 7,77 „ „
„ 3,5 = 5,14 „ „
„ 4 = 3,23 „ „

Die Beobachtungen, die an möglichst heiteren Tagen angestellt wurden, gingen sämtlich von München Frauenturm aus. Als Heliotropstationen [1]) dienten: Feldmoching, Dachau, ein Punkt in der Nähe von Nymphenburg, der mit Heideck bezeichnet wird, ein Punkt Ecke Winzerer-

[1]) Die Entfernungen derselben von München Frauenturm sind unter: 2. der Zielfehler als Funktion der Entfernung angegeben.

und Hohenzollernstrasse und der Kirchturm in Aufkirchen. Behufs Ermittelung des Zielfehlers wurde der Heliotrop eine Anzahl mal auf den linken Fernrohrfaden, dann gerade so oft auf den rechten Faden und endlich womöglich die doppelte Zahl mal auf Fadenmitte eingestellt. So geschah es für die Blenden 1—4 und damit war eine Versuchsreihe fertig. Verständigungen fanden während der Beobachtungen mit dem Heliotropeur nicht statt, sondern der Wechsel der Blenden vollzog sich an Hand eines festgesetzten Schemas nach einer bestimmten Zeit. Für jede Blende wurden zirka 20 Minuten verwendet; nach einer Pause von 3—5 Minuten, während welcher der Spiegel verdeckt war, kam die nächste Blende zur Einstellung. War die erste Versuchsreihe vollendet, so begann nach 5 Minuten Pause die zweite. Die Registrierung und Berechnung wurde nach folgendem Schema durchgeführt:

Beobachtungsstation: München. Heliotropstation: Dachau.

Blende 1.

Datum: 26. IX. 07. Zeit: $1—1^{20}$.

Faden links			Fadenmitte			Faden rechts		
Trommelablesung	v	vv	Trommelablesung	v	vv	Trommelablesung	v	vv
100	— 5.6	31.36	183	— 6.2	38.44	260	— 1.3	1.69
101	— 6.6	43.56	180	— 3.2	10.24	250	+ 8.7	75.69
089	+ 5.4	29.16	171	+ 5.8	33.64	265	— 6.3	39.69
091	+ 3.4	11.56	169	+ 7.8	60.84	255	+ 3.7	13.69
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.
Mittel	[v]	[vv]	Mittel	[v]	[vv]	Mittel	[v]	[vv]
94.4	+ 35.4	461.44	176.8	+ 44.6	642.4	258.7	+ 32.5	534.8
$g = \pm 5.^{cc}96$	— 35.8		$g = \pm 6.^{cc}77$	— 44.6		$g = \pm 6.^{cc}68$	— 32.4	
	— 0.4			0.0			+ 0.1	

Bemerkungen: Etwas neblig, Heliotrop mit blossem Auge sichtbar, Licht klein, weiss und flimmernd.

An einem Tage wurden 3—4 solcher Reihen beobachtet, deren Resultate zu einer Tagesreihe zusammengefasst wurden. Jede derselben hatte zirka 200—300 Ablesungen. Leider war es infolge auftretender Trübung oder Wolkenschatten öfters nicht möglich die gewollte Zahl von Beobachtungen ausführen zu können. Daher musste jeder Einzelfehler g

mit einem Gewicht $p = \frac{n-1}{m^2}$ belastet werden, um dann mit den übrigen Beobachtungen am selben Tag zu einem Mittelwert

$$G = \pm \sqrt{\frac{p_1 g_1^2 + p_2 g_2^2 + \cdots p_z g_z^2}{p_1 + p_2 + \cdots p_z}}$$

vereinigt werden zu können, als dessen Gewicht die Summe der Einzelgewichte genommen wurde. Hierbei wurde die Einstellung auf die Fäden von der Einstellung auf Fadenmitte getrennt behandelt. Der mittlere Zielfehler für eine Tagesreihe war dann

$$z = \pm \sqrt{G^2 - 3.82^2}.$$

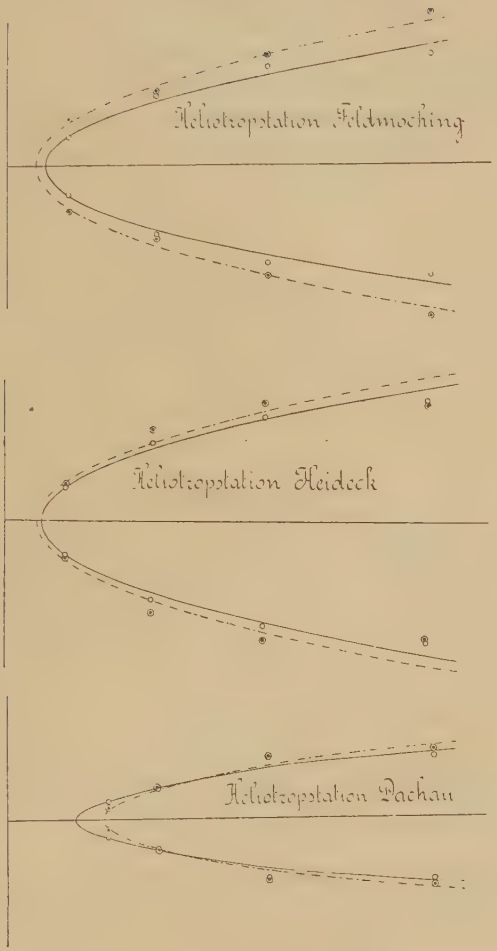
Um von den Einflüssen der Atmosphäre möglichst befreit zu werden, wurde an mehreren Tagen das gleiche beobachtet und die erhaltenen Tageswerte schliesslich zu folgenden Hauptmittelwerten vereinigt.

Heliotropstation	Blende	Einstellung			
		auf d. Fäden		auf Fadenmitte	
		Zielfehler	Gewicht	Zielfehler	Gewicht
Feldmoching	1	± 7.^{cc}28	4.67	± 10.^{cc}02	0.52
	2	6. 49	4.65	7. 27	0.93
	3	4. 48	7.71	4. 88	1.56
	4	1. 84	8.76	3. 01	1.14
Heideck	1	± 7.^{cc}96	1.17	± 7.^{cc}72	1.24
	2	6. 90	2.60	7. 84	2.01
	3	5 12	4.29	5. 94	3.61
	4	2. 21	9.64	2. 42	8.64
Dachau	1	± 3.^{cc}97	2.93	± 4.^{cc}41	2.46
	2	3. 89	1.31	4. 08	1.21
	3	1. 90	3.30	2. 11	2.78
	3.5	1. 19	1.72	0. 72	2.84

Zunächst bemerkt man, dass der Zielfehler auf die Fäden durchwegs kleiner ist als jener auf Fadenmitte. Die Ursache liegt wohl darin, dass die beiden Fernrohrfäden etwas zu weit auseinander waren, so dass das Pointieren auf die Mitte ein wenig ungenauer ausfiel als auf die Fäden selbst.

Und nun wollen wir untersuchen, in welchem Verhältnis die Spiegelfläche zum Zielfehler steht. Zu dem Zweck tragen wir in einem rechtwinkeligen Koordinatensystem die verwendeten Spiegelflächen als Abszissen, die erhaltenen Hauptmittel für die Zielfehler als Ordinaten ein.

Fig. 17.



Figurenerklärung.

I. Beobachtete Zielfehler: a) ◯ Einstellung auf die Fäden,
b) ⊙ Einstellung auf Fadenmitte.

II. Ausgleichende Kurven für: a) ——— Einstellung auf die Fäden,
b) _.__. Einstellung auf Fadenmitte.

Versuchen wir, durch die aufgetragenen Punkte eine ausgleichende Kurve zu legen, so sagt uns schon der blosse Anblick, dass eine Parabel sich dazu eignen dürfte. Unsere Funktionsgleichung soll also sein

$$z = \pm \sqrt{k\,(B - c)}.$$

Dabei ist z der Zielfehler bei der reflektierenden Spiegelfläche B, k der

Parameter und c eine Konstante. Den besten Aufschluss über das Anschliessen der Kurve an die Beobachtungswerte erhalten wir, wenn man durch die Punkte eine ausgleichende Kurve nach der Methode der kleinsten Quadrate legt und den mittleren Fehler der Gewichtseinheit berechnet.

Es bestehen zwischen den Beobachtungen und den Unbekannten die Beziehungen:

$$\begin{aligned} F_1(k\,c) - z_1^2 &= 0 \\ \cdot \quad & \cdot \\ \cdot \quad & \cdot \\ \cdot \quad & \cdot \\ F_n(k\,c) - z_n^2 &= 0. \end{aligned}$$

Wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler sind jedoch diese Gleichungen nicht erfüllt und statt derselben gelten die Fehlergleichungen:

$$\begin{aligned} v_1 &= F_1(k\,c) - z_1^2 \\ \cdot \quad & \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad & \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad & \cdot \quad \cdot \\ v_n &= F_n(k\,c) - z_n^2. \end{aligned}$$

Da aber die Beziehungen zwischen den Beobachtungen und den Unbekannten nicht durch lineare Gleichungen in bezug auf die Beobachtung z dargestellt werden, müssen wir dies erreichen, indem wir setzen:

$$\sqrt{F(k\,c)} - z = 0$$

und daraus die Fehlergleichung in der Form

$$v = \sqrt{F(k\,c)} - z.$$

Für die Zahlenrechnung führen wir die Näherungswerte k_0, c_0, z_0 und deren Verbesserungen dk, dc und v ein. Nach dem Taylorschen Satz ist

$$F(k, c, z) = F(k_0, c_0, z_0) + \frac{\partial F}{\partial k} \cdot dk + \frac{\partial F}{\partial c}\, dc + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot v.$$

In unserem Falle ist

$$F(k\,c\,z) = \sqrt{k\,(B - c)} - z = 0.$$

Ferner ergibt sich

$$\frac{\partial F}{\partial k} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{B-c}{k}}$$

$$\frac{\partial F}{\partial c} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{B-c}}$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -1.$$

Dies eingesetzt gibt

$$0 = \sqrt{k_0\,(B - c_0)} - z + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{B-c}{k}} \cdot dk - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{B-c}}\, dc - v \quad \text{oder}$$

$$v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{B-c}{k}}\,dk - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{B-c}}\,dc + \sqrt{k_0\,(B-c_0)} - z$$

$$= \quad a\,.\,dk \quad + \quad b\,.\,dc \quad + \quad l$$

Für die Berechnung der a und b werden die Näherungswerte verwendet. Die zugehörigen Normalgleichungen sind dann

$$[paa]\,dk + [pab]\,dc + [pal] = 0$$
$$[pab]\,dk + [pbb]\,dc + [pbl] = 0.$$

Die Zahlenrechnung ergab folgendes:

I. Ausgleichung für die Heliotropstation Feldmoching.

Einstellung des Heliotrops auf die Fäden.

$$k_0 = 2.98$$
$$c_0 = 2.07$$

B cm²	a	b	l	p	z beobachtet
22.32	1.30	— 0.19	+ 0.49	4.6	± 7.28
13.68	0.99	— 0.25	— 0.61	4.6	6.49
7.77	0.69	— 0.36	— 0.36	7.7	4.48
3.23	0.31	— 0.80	+ 0.02	8.7	1.84

Koeffizienten der Normalgleichungen.

paa	pab	pal	pbb	pbl	pll
+ 7.81	— 1.15	+ 2.93	+ 0.17	— 0.43	1.10
+ 4.48	— 1.15	— 2.71	+ 0.30	+ 0.71	1.70
+ 3.68	— 1.92	— 1.91	+ 1.00	+ 1.00	0.99
+ 0.84	— 2.17	+ 0.05	+ 5.58	— 0.13	0.00
+ 16.81	— 6.39	— 1.64	+ 7.05	+ 1.15	3.79

Normalgleichungen.

$$+\underline{16.81}\,dk - 6.39\,dc - 1.64 = 0$$
$$+\underline{7.05}\,dc + 1.15 = 0$$
$$\underline{3.79}$$

Die Auflösung nach dem Gaussschen Algorithmus ergab:

$$dk = \quad 0.054; \qquad dc = -0.113$$

Damit wird $k_1 = +3.034$; $c_1 = +1.957$.

Fehlerberechnung.

z beobachtet	z gerechnet	v	a dk	b dc	l	v	pvv
7.28	7.86	+ 0.58	+ 0.07	+ 0.02	+ 0.49	+ 0.58	1.55
6.49	5.96	— 0.53	+ 0.05	+ 0.03	— 0.61	— 0.53	1.29
4.48	4.20	— 0.28	+ 0.04	+ 0.04	— 0.36	— 0.28	0.61
1.84	1.96	+ 0.12	+ 0.02	+ 0.09	+ 0.02	+ 0.13	0.14
							3.59
							[l l 2] = 3.57

Der mittlere Fehler der Gewichtseinheit berechnet sich dann zu

$$m_1 = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-2}} = \sqrt{\frac{3.58}{2}} = 1.^{cc}34.$$

Genau auf dieselbe Art wurden die übrigen Ausgleichungen berechnet. Indessen würde die Veröffentlichung der übrigen Zahlenrechnung wegen ihres Umfanges nicht zweckdienlich sein und wir begnügen uns daher, in nachstehender Tabelle die gefundenen Endresultate zusammenzustellen.

Heliotropstation	Einstellung auf die Fäden			Einstellung auf Fadenmitte		
	Parameter k	Konstante c	Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit	Parameter k	Konstante c	Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit
Heideck	+ 3.76	+ 1.87	± 0.^{cc}90	+ 4.37	+ 1.72	± 1.^{cc}89
Feldmoching	+ 3.03	+ 1.96	± 1. 34	+ 4.31	+ 1.42	± 0. 44
Dachau	+ 0.93	+ 3.49	± 1. 04	+ 1.27	+ 4.92	± 0. 74

Nimmt man aus den berechneten mittleren Fehlern der Gewichtseinheit das arithmetische Mittel, so erhalten wir für beide Arten der Einstellung rund den Wert von 1^{cc}. Diese mittlere Abweichung der Parabeln von den Beobachtungen muss als klein betrachtet werden, wenn man vor allem ins Auge fasst, welche gewaltige Rolle die atmosphärischen Verhältnisse bei den Versuchen spielten. Zeitweise Trübungen, die dem Beobachter entgingen, mangelhafte Einstellung oder Korrektur des Heliotrops, Fehler der Mikrometerschrauben, zunehmende Ermüdung des Auges, die die Schärfe der Pointierung minderte, sie alle waren Faktoren, die Unregelmässigkeiten und Fehler hervorriefen. Diese Missstände konnten

nur durch viele Hunderte von Ablesungen unter möglichst günstigen Umständen gemildert und beseitigt werden.

Sämtliche Beobachtungen geschahen von München Frauenturm aus; die Entfernungen der Heliotropstationen waren dabei:

München—Heideck	s =	3,5 km
München—Feldmoching	s =	7,5 „
München—Dachau	s =	16,8 „

Aus obiger Zusammenstellung sehen wir noch, dass die Parameter der Parabeln mit zunehmender Entfernung immer kleiner werden, die Konstanten c hingegen wachsen.

c stellt nach der Gleichung

$$z = k\sqrt{B - c}$$

jene Spiegelfläche dar, für die der Zielfehler = 0 wird. Diese Fläche muss natürlich mit zunehmender Entfernung grösser und grösser werden, anderseits für s = 0 muss auch c den Wert = 0 erreichen. Wir können daher c proportional der Entfernung s setzen,

$$c = m \cdot s$$

wobei m ein noch zu bestimmender Faktor ist. Mit Hilfe der gefundenen Werte von c und s lässt sich

$$m = \frac{c}{s}$$

jedesmal berechnen und zwar für

Station	Einstellung	
	auf die Fäden	auf Fadenmitte
Feldmoching	m = 0.26	m = 0.19
Dachau	m = 0.21	m = 0.29

Daraus ergibt sich ein mittlerer Wert für

$$m = 0.26$$

und somit ist

$$c = 0.26\, s.$$

Als Resultat erhalten wir nunmehr

$$\underline{z = k\sqrt{B - 0.26 \cdot s}}$$

wobei s in km und B in cm^2 einzusetzen ist.

2. Der Zielfehler als Funktion der Entfernung.

Nimmt man eine Spiegelfläche von konstanter Grösse, bringt sie in die verschiedensten Entfernungen von der Beobachtungsstation München

und ermittelt jedesmal den Zielfehler, so fällt uns zunächst auf, dass derselbe mit zumehmender Entfernung abnimmt. Für unsere Versuche wurde Blende 3 = 7,77 cm² Spiegelfläche gewählt. Die jeweilige Entfernung wurde hinreichend genau mit Hilfe der Karte ermittelt.

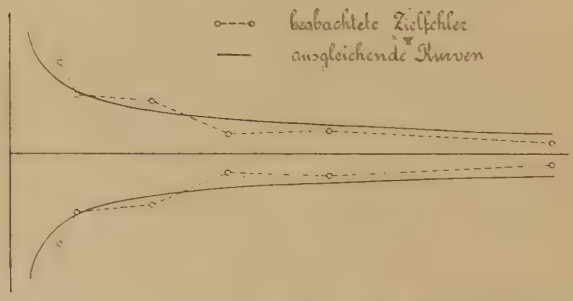
Es war für

	Station	Entfernung in km	Zielfehler	Gewicht
1	Winzererstrasse	2.63	± 7.cc83	2.29
2	Heideck	3.51	± 5. 12	4.29
3	Feldmoching	7.47	± 4. 48	7.71
4	Karlsfeld	11.59	± 1. 65	6.19
5	Dachau	16.84	± 1. 90	3.30
6	Aufkirchen	28.50	± 0. 94	4.59

Die Zielfehler beziehen sich diesmal nur auf die Pointierung auf die Fäden. Die Gewichte sind auf die schon früher angegebene Weise berechnet.

Trägt man die Entfernungen als Abscissen und die Zielfehler senkrecht als Ordinaten auf, so ergibt sich folgendes Bild:

Fig. 18.



Durch die erhaltenen Punkte lässt sich eine ausgleichende Kurve legen von der Form

$$z = \frac{p}{\sqrt{s}}.$$

Führt man den Näherungswert p_0 ein, so ist

$$0 = \frac{p_0 + dp}{\sqrt{s}} - (z + v).$$

Somit

$$v = \frac{p_0}{\sqrt{s}} - z + \frac{dp}{\sqrt{s}}.$$

Setzt man

$$\frac{p_0}{\sqrt{s}} - z = l \text{ und } \frac{1}{\sqrt{s}} = a$$

so wird

$$v = a\,dp + l.$$

Die Unbekannten erhält man aus der Normalgleichung

$$[paa]\,dp + [pal] = 0$$

$$dp = -\frac{[pal]}{[paa]}.$$

Die Zahlenrechnung ergab für den Näherungswert $p_0 = 8{,}57$

$$dp = 1.578$$
$$p = p_0 + dp = 10.148$$

und damit ist die Gleichung der gesuchten Funktion

$$z = \frac{10.148}{\sqrt{s}}$$

wobei s in km zu nehmen ist.

3. Der Zielfehler als Funktion atmosphärischer Einflüsse.

Von ganz hervorragender Bedeutung ist für die Triangulierung die Durchsichtigkeit der Luft. Staub, Rauch, Dunst vermindern die Intensität des Heliotroplicht, es wird dann teilweise absorbiert und zerstreut, verliert seinen Glanz und erscheint dem Beobachter als graue, öfters unbestimmt begrenzte Scheibe. Die Einstellung darauf wird deshalb unsicher, und der Zielfehler grösser als bei klarer Luft.

Ist z_0 der Zielfehler unter den jeweils günstigsten Umständen, und z_1 jener bei einer bestimmten Luftdurchlässigkeit, so ist

$$z_1 = d_1 \cdot z_0$$
$$z_2 = d_2 \cdot z_0$$
$$z_3 = d_3 \cdot z_0 \text{ usw.}$$

Behufs Bestimmung von d handelt es sich in erster Linie um die Berechnung eines möglichst guten Wertes z_0 für klare Luft. Als solche könnten zunächst die Hauptmittel S. 36 dienen, die sich ja aus Beobachtungen unter möglichst günstigen Verhältnissen zusammensetzen. Noch besser sind wohl die mit Hilfe der Ausgleichungsresultate k und c S. 40 bestimmten Werte.

Zum Beispiel wurde bei der Station Feldmoching für Blende 1 der Zielfehler $z_0 = \pm 7^{cc},86$ berechnet. Im Messungsmanual hatten nun ver-

schiedene Werte bei Blende 1 die Bemerkung „Verschleiert". Diese Werte, die im Hauptmittel nicht mit inbegriffen waren, wurden zu einem Mittel z vereinigt.

So ergab sich dann für „Verschleiert" ein Koeffizient

$$d = \frac{z}{z_0}$$

Analog wurde für die verschiedenen Blenden und Entfernungen verfahren und so eine Anzahl Werte für d erhalten. Im Mittel war für

1. ganz klare Luft (glasklar)	$d = 1{,}0$
2. klar	$d = 1{,}1$
3. dunstig (duftig)	$d = 1{,}3$
4. verschleiert (neblig)	$d = 1{,}5$

4. Der Zielfehler als Funktion der Fernrohrvergrösserung.

Schon in der Einleitung des Abschnittes haben wir die Versuche von Stampfer und Wagner zitiert, nach denen sich der Visurfehler zu

$$z = \frac{q}{v}$$

darstellt, wobei q eine Konstante, v die Fernrohrvergrösserung ist. Indessen beziehen sich diese Untersuchungen auf materielle Zielobjekte. Über das Heliotroplicht sagt Gauss[1]):

„Einen sehr wesentlichen Vorzug hat es vor jedem anderen Signale, worüber ich oft artige Erfahrungen gemacht habe, nämlich man sieht das Heliotroplicht desto besser, je stärker man vergrössert, irdische Signale hingegen bei grossen Entfernungen desto schlechter; denn bei letzteren ist es vorzüglich die Blässe, die das Sehen hindert: von Hannover habe ich z. B. auf dem Brocken, obgleich ich den Platz nach Höhe und Azimut genau wusste, niemals eine Spur sehen können. An dem Tage, wo ich das kümmerliche Heliotroplicht vom Inselberge erhielt, sah ich dies zwar im Fernrohr des Theodolits noch ziemlich gut, konnte damit aber keine Spur vom Umriss des Berges erkennen, dagegen sah mein Gehilfe diesen Umriss ganz leidlich in einem an sich sehr elenden Fernrohr mit schwacher Vergrösserung, konnte damit aber das Heliotroplicht nur selten sehen. Die Sache erklärt sich leicht. Auch bei der stärksten Vergrösserung bleibt das Heliotroplicht ein Punkt und dessen Licht ist immer dasselbe, aber der Grund ist desto düsterer je stärker man vergrössert."

[1]) Gauss' Briefwechsel mit Bessel S. 394.

Wir sehen also, dass auch nach der Erfahrung von Gauss der Visurfehler umgekehrt proportional der Fernrohrvergrösserung zu setzen ist:

$$z = \frac{q}{v}.$$

Fassen wir die erhaltenen Resultate nochmals zusammen, so ist der Zielfehler z auf dem Heliotrop

$$1)\ z = k\sqrt{B - m \cdot s}$$

$$2)\ z = \frac{p}{\sqrt{s}}$$

$$3)\ z = d \cdot z_0$$

$$4)\ z = \frac{q}{v}.$$

Nimmt man Gleichung 1. und 2. zusammen und setzt

$$z = k \cdot p \cdot \sqrt{\frac{B - m \cdot s}{s}} = K \cdot \sqrt{\frac{B - m \cdot s}{s}}$$

so lässt sich die Konstante K bestimmen aus

$$K = z\sqrt{\frac{s}{B - m \cdot s}}.$$

Aus den Versuchen ist uns die rechte Seite der vorstehenden Gleichung bekannt; für z wurden die ausgeglichenen Werte verwendet.

Station	Spiegelfläche B	ausgeglichene Zielfehler a) f. Einstellung auf die Fäden	ausgeglichene Zielfehler b) f. Einstellung auf Fadenmitte	Entfernung	K_a	K_b
Heideck	22.32 cm²	8.cc77	9.cc49	3.51 km	3.6	3.8
	13.68 „	6. 67	7. 23	3.51 „	3.4	3.8
	7.77 „	4. 72	5. 14	3.51 „	3.4	3.6
Feldmoching	22.32 „	7. 86	9. 50	7.47 „	4.7	5.7
	13.68 „	5. 96	7. 27	7.47 „	4.7	5.7
	7.77 „	4. 20	5. 23	7.47 „	4.7	5.8
	3.23 „	1. 96	2. 80	7.47 „	4.6	6.6
Dachau	22.32 „	4. 18	4. 71	16 84 „	4.1	4.5
	13.68 „	3. 07	3. 34	16.84 „	4.1	4.5
	7.77 „	1. 99	1. 91	16.84 „	4.4	4.2
				Mittel:	4.2	4.9

In obiger Tabelle bedeutet $K_a = z_a \cdot \sqrt{\frac{s}{B—ms}}$ mit Verwendung der Zielfehler unter a) Einstellung auf den Fäden. Analog ist die Bedeutung für K_b.

Im Hauptmittel ergibt sich $\mathbf{K = 4{,}5}$.

Wir sehen aus den angegebenen Zahlenwerten für K, dass sie tatsächlich ziemlich dieselbe Grösse haben und schliessen daraus, dass die Funktion

$$z = 4.5 \sqrt{\frac{B - 0.26\,s}{s}}$$

die Abhängigkeit des Zielfehlers von der Spiegelfläche und der Entfernung hinreichend genau ausdrückt.

Sind die Luftverhältnisse ungünstiger, so wird die Einstellung ungenauer und mithin der Zielfehler grösser. Wir müssen also im allgemeinen noch mit einem Faktor d multiplizieren und erhalten

$$z = 4.5 \cdot d \cdot \sqrt{\frac{B - 0.26\,s}{s}}$$

Die Werte von d wurden bereits S. 44 angegeben.

Indessen waren alle Versuche nur mit einem Fernrohr von 20facher Vergrösserung gemacht. Für stärkere Vergrösserung wird der Zielfehler wieder etwas abnehmen, für schwächere dagegen wachsen und wir können annähernd setzen

$$z = \frac{4.5 \cdot 20}{v} \cdot d \cdot \sqrt{\frac{B - 0.26 \cdot s}{s}} \text{ oder}$$

$$z = \frac{90 \cdot d}{v} \cdot \sqrt{\frac{B - 0.26 \cdot s}{s}}.$$

Will man bei einer Triangulierung einen gewissen Zielfehler nicht überschreiten, so kann man aus obiger Gleichung die Grösse der Spiegelfläche annähernd berechnen.

Soll z. B. der mittlere Winkelfehler für 50 Sätze die Grösse von $0,^{cc}7$ haben, dann ist der mittlere Richtungsfehler in zwei Fernrohrlagen

$$\frac{0.^{cc}7 \cdot \sqrt{50}}{\sqrt{2}} = 3.^{cc}5.$$

Ist der Einstellfehler der Mikroskopfäden 3^{cc}, so wird der Zielfehler

$$z = \sqrt{3.5^2 - 3^2} = 1.^{cc}8.$$

Dann wäre bei klarer Luft und 20facher Fernrohrvergrösserung die nötige Spiegelfläche

für	20 km	=	7,4 cm²
„	50 „	=	21,0 „
„	80 „	=	33,6 „
„	100 „	=	42,0 „

Die einfachen Repsoldschen Heliotrope haben eine Spiegelfläche von 55 cm^2 und geben deshalb auf 130 km den Zielfehler von $1^{cc},8$.

Auf eine Entfernung von 28,5 km wurde mit einem Fernrohr von 20facher Vergrösserung eine Fläche von 7,77 cm^2 beobachtet und der Zielfehler $z = 0^{cc},9$ gefunden. Während der Beobachtung erschien das Heliotroplicht als weisse Scheibe, von der Ortschaft, wo sich der Heliotrop befand, war nichts oder kaum etwas zu sehen. Nehmen wir daher

$$z = 4.5 \,.\, d \,.\, \sqrt{\frac{B - 0.26\, s}{s}}$$

$$= 4.5 \,.\, 1.5 \,.\, \sqrt{\frac{7.77 - 0.26 \,.\, 28.5}{28.5}}$$

$$= 0.^{cc}75.$$

Damit ist eine gute Übereinstimmung erzielt; denn es ist

z beobachtet	z berechnet
$= 0.^{cc}9$	$= 0.^{cc}8$

In „United States Coast and Geodetic Survey“ ist folgendes angegeben: Als Erfahrungstatsache wurde gefunden, dass ein drei Zoll Spiegel für Visuren von 80—100 Meilen genügt, für Visuren von 100—150 Meilen waren vier Zoll Spiegel notwendig, die längste Linie (294 km) erforderte sechs Zoll Quadratseitenlänge. Nimmt man 1 Zoll = 2,5 cm und eine (amerikanische) Meile = 1,61 km und berechnet mit obiger Formel die Zielfehler für klare Luft und 20fache Fernrohrvergrösserung, so ergibt sich

1) beim 3 Zoll Spiegel	2) beim 4 Zoll Spiegel	3) für 6 Zoll Spiegel
für 80 Meilen $z = 1.^{cc}9$	für 100 Meilen $z = 2.^{cc}7$	für 294 km $z = 2.^{cc}2$
„ 100 „ $z = 1.^{cc}4$	„ 150 „ $z = 1.^{cc}8$	

Die berechneten Zielfehler bleiben immer von einer Grösse, wie sie ganz gut den Tatsachen eutsprechen können. Im übrigen ist bei solch ungeheuren Entfernungen der Zielfehler nicht mehr so stark abhängig von der Spiegelfläche wie bei geringeren Distanzen.

Regulierung des Heliotroplichtes.

Wir haben nun gesehen, welch bedeutenden Einfluss die Grösse der reflektierenden Spiegelfläche besonders bei Triangulierung 2. und 3. Ordnung auf die Zielgenauigkeit hat und deshalb muss der Beobachter immer bedacht sein, günstiges Licht zu erhalten.

Das Heliotroplicht kann reguliert werden:

1. am Heliotrop: durch Abblendung oder Vorsetzen farbiger Gläser.
2. am Beobachtungsinstrument: durch Anwendung von Gitterblenden.

I.

Über die Art und Weise der Abblendung der Spiegelfläche wurde bereits Genügendes erwähnt. Am besten eignet sich behufs schneller und bequemer Einstellung jeder beliebigen Fläche eine vor dem Spiegel angebrachte Irisblende. Ebenso können farbige Gläser, wie rot, grün, gelb, durch die das reflektierte Sonnenlicht geht, ganz gute Dienste leisten.

Indessen muss der Beobachter dem Heliotropeur die gewünschte Abänderung erst auf irgend eine Weise mitteilen. Er bedient sich hierzu des Telephons oder Telegraphen oder, wenn derartige Einrichtungen nicht vorhanden sind, der Heliotroptelegraphie. Jedoch macht dies immer Umstände, daher ist am besten

II.

Die Verwendung von Gitterblenden.

Schon im Jahre 1883 macht Prof. Dr. Bruns[1]) auf ein einfaches Hilfsmittel aufmerksam, um am Beobachtungsfernrohr selbst zu starkes Heliotroplicht zu dämpfen. Dieses bequeme, in der astronomischen Praxis dortmals bereits seit einem halben Jahrhundert bekannte Mittel besteht aus einigen Lagen eines losen Gewebes wie Flortuch, Musselin oder feiner Drahtgitter, durch die man das Objekt betrachtet. Den Grad der damit bedingten Lichtschwächung untersuchte Langley[2]) und fand, dass 1, 2, 3 übereinander gelegte Netze bezw. 0,395, 0,144, 0,052 des auffallenden Lichtes durchliessen. Diese Zahlen stimmen nun durchaus nicht mit den von den Astronomen festgesetzten Extinktionskoeffizienten überein. Den naheliegenden Grund hierfür fand Langleys Assistent Herr Keeler. Bekanntlich treten, wenn man z. B. einen Stern mit einem Fernrohr durch ein feines Drahtnetz betrachtet, Beugungserscheinungen auf. In dem Sternbild bleibt bei genügender Feinheit des Netzes nur noch das von Fraunhofer sogen. Hauptmaximum des gebeugten Lichtes. Seine Intensität allein ist also für die des Bildes massgebend und lässt sich aus den Dimensionen des Drahtnetzes und Objektivs berechnen. Durch Versuche fand Herr Keeler, dass ein Gitter 0,175, zwei übereinander gelegte 0,02 des auffallenden Lichtes hindurchliessen. Dieser enorme Grad der Abschwächung kann nun mit Vorteil zur Dämpfung eines zu starken Heliotroplichtes benutzt werden. Behufs Untersuchung der dabei auftretenden Erscheinungen wurden verschieden oft und unter verschiedenen Richtungen überdeckte Drahtnetze genommen. Um die Netze leicht auswechseln zu können, verwendete ich eine Scheibe, die, um ihr Zentrum drehbar, an einem Ringe befestigt war, der an die Objektivfassung des Fernrohres

[1]) Zeitschrift für Instrumentenkunde 1883 S. 308.
[2]) Zeitschrift für Instrumentenkunde 1886 S. 31.

gesteckt werden konnte. In der Scheibe waren zwei genügend grosse Löcher mit Drahtnetzen ausgefüllt, das dritte war frei. Durch Drehung derselben kamen nun nacheinander zuerst die freie Öffnung, dann die Gitter vors Fernrohrobjektiv. In erster Linie wurde mit dieser Vorrichtung geprüft, ob beim Durchgang des Lichtes durch die Gitter keine bemerkbare seitliche Ablenkung stattfände. Dazu wurde der Heliotrop durch die freie Öffnung möglichst scharf angezielt und jedes der Gitter vor das Objektiv gedreht und kontrolliert, ob der Heliotrop noch gut eingestellt war. Aber es zeigte sich, dass keines der Netze auch nur die geringste Ab-

Fig. 19.

Fig. 20.

Fig. 21.

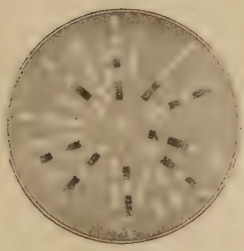
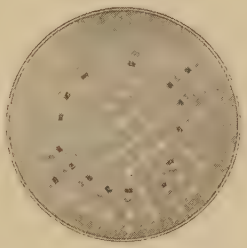


Fig. 22.



weichung von der ursprünglichen Einstellung bewirkt hatte. Die auftretenden Beugungserscheinungen sind in Fig. 19—22 zusammengestellt.

Bringt man ein einziges Drahtgitter vors Fernrohr, so reihen sich symmetrisch, wie in Fig. 19 dargestellt ist, acht Spektren um das Hauptmaximum des Lichtes. Die Anordnung der Farben ist vom Kern gegen aussen: blau—grün—gelb—rot. Vorherrschend sind gelbe Strahlen. Das Gesichtsfeld ist hellgrau, wie bei Nebel, die Häuser der Umgebung der Heliotropstation sind noch erkennbar. Das starke Flimmern, das sich ohne Gitter bemerkbar machte, hat etwas nachgelassen.

Indessen wäre dies Heliotroplicht für die Triangulierung noch zu stark gewesen. Ich brachte nunmehr zwei Gitter vors Objektiv, aber so, dass die Drähte parallel zu einander waren. Jetzt verschieben sich die

verschiedenen Spektren ineinander und machen das Bild (Fig. 20) komplizierter. Das Heliotroplicht ist noch schwächer und ruhiger wie zuerst, die Gegend wird undeutlicher, aber die Einstellung auf den Kernpunkt konnte jetzt schon gut vorgenommen werden. Mit der Stärke des Lichtes ändern die Spektren ihre Intensität und Farbenpracht. Zeitweiser leichter Wolkenschatten schwächt das ganze Bild. Bei zunehmender Trübung bleiben am längsten die diagonalen Spektren. Schliesslich verschwinden auch sie und es ist nur mehr ein ganz matter Kernpunkt übrig, der schwächer und schwächer wird und endlich auch erlischt.

Neigt man die beiden Gitter unter 45° gegeneinander, so drehen sich die Spektren zum Teil mit (Fig. 21). Das Gesichtsfeld ist grau, die der Heliotropstation benachbarten Häuser noch angedeutet. Der Heliotrop selbst ist schwach, das Fadenkreuz aber noch gut sichtbar. Das ganze Bild zeigt vom Zentralkern auslaufende Spektren und Strahlen von vorwiegend gelber Farbe.

Bringt man endlich ein dreifaches Gitter vor das Objektiv, so wird das Gesichtsfeld grauschwarz und genau so, wie wenn man durch eine dichte Rauchwolke blickt. Von den Häusern, bei denen der Heliotrop stand, ist keine Spur mehr zu erkennen, obwohl sie von der Sonne grell beleuchtet waren. Das Fadenkreuz ist noch gut sichtbar. Das ganze Gesichtsfeld ist mit einer Anzahl gelber Punkte bedeckt, in deren Zentrum der Heliotrop als winziger heller Punkt gerade noch zu erkennen ist. Die Spektren (Fig. 22) sind nur mehr grün—gelb—rot, die blaue Farbe verschwindet fast vollständig. Eine etwaige Verwechselung des eigentlichen Zentralkernes mit irgend einem anderen Lichtpunkt ist schon der Symmetrie wegen ausgeschlossen.

Die ganzen Versuche wurden nun mit Netzen aus weisser Gaze wiederholt. Im Wesen der Erscheinungen änderte dies jedoch gar nichts. Der Kernpunkt liess sich bei geeigneter Dichte der Netze wieder gut einstellen, wenn auch die Spektren etwas näher bei ihm waren wie bei den Drahtgittern. Das Gesichtsfeld ist im allgemeinen heller, die Spektren schwächer, unscharf, sie verloren ihre Brillianz und zerteilten sich nach aussen zu in faserige Gebilde.

Durch die Verwendung von Gitterblenden hat also der Beobachter ein ausgezeichnetes Mittel in der Hand, zu starkes Heliotroplicht nach Belieben zu dämpfen.

3. Die Verwendung des Heliotrops.

1. Für Triangulierung.

„Wenn ein Gegenstand sich auf die Erde projiziert, so sind die Augenblicke öfters von sehr kurzer Dauer, welche eine Winkelmessung

zulassen.“ So sprach Bohnenberger[1]). Seit Erfindung des Heliotrops ist es nun anders geworden. Der glänzende Glasspiegel leuchtet; ob er sich auf Sand, Fels, Wald, Wiese oder Feld projiziert, ist gleichgültig. Sogar von Schneeflächen und Eisfelder hebt sich das Heliotroplicht noch mit genügender Schärfe ab. Deshalb verwendeten die Österreicher bei ihren Messungen 1. Ordnung auf den Punkten Grossglockner (3798 m), Schwarzenstein (3370 m) und Schafsiedel (2448 m) im Jahre 1882 Heliotrope, denn[2]) „anhaltende Schneefälle überzogen die Pyramiden mit einer — oft mehrtägigem Sonnenschein trotzenden — Eiskruste. Die Verschalung hebt sich dann weder von den schneebedeckten Felsen noch vom hellen Hintergrunde hinreichend ab, um mit Verlässigkeit auf grosse Entfernungen angezielt werden zu können.“

Indessen kommt noch ein Umstand in Frage. Die Luft ist ja in Höhen über 3000 m zwar rein und durchsichtig genug, aber es ist oftmals nicht möglich, den Pyramiden hinreichende Grösse zu geben, damit sie auf bedeutende Entfernungen noch als Zielobjekt dienen zu können. Teils ist es die Schwierigkeit des Materialtransportes, teils Mangel an Raum auf vielen allseitig schroff abstürzenden Felsgipfeln, welche es dem Erbauer unmöglich machen, den Pyramiden eine grössere Höhe als 3—4 m zu geben.

Abgesehen von den Schwierigkeiten der Erbauung, sind die Ausgaben für die Pyramiden gar nicht unerheblich. Kleinere Signale von 4—10 m Höhe kosten 150—500 Mark; ein Repsoldscher Heliotrop in bester Ausführung mit Fernrohr beläuft sich auf 150 Mark. Jedenfalls entstehen bei Verwendung des Heliotrops, trotzdem ein Mann zur Bedienung nötig ist, keine grösseren Ausgaben als für Pyramiden, die ausserdem noch schlechtere Zielobjekte sind.

Unschätzbaren Nutzen gewährt uns der Heliotrop durch seine Sichtbarkeit auf die bedeutendsten Entfernungen. Als Piccard das Dreieck Malvoisine, Montlhery und Mareuil beobachten wollte, konnte er die Winkel wegen der grossen Entfernungen nur bei Nacht mit Hilfe angemachter Feuer messen. Die Verwendung des Heliotrops ermöglicht auch die immerhin bequemeren Tagesbeobachtungen mit wünschenswerter Genauigkeit auszuführen.

Leichter Dunst, wie er ständig über Wasserflächen lagert, hindert das Heliotroplicht wenig. Bei der Verbindung des Dreiecksnetzes in Dalmatien und den italienischen Dreiecken in Apulien gehen Linien von den Inseln Lissa und Lagossa über Pelagosa und die Tremiti-Inseln nach

---

1) Zach, monatliche Korrespondenz 1802. Bd. 5. S. 220.

2) Mitteilungen des k. k. Militärgeographischen Institutes. Wien Nr. 3. S. 8.

dem Garganogebirge, in denen Seiten von 112, 125 und 133 km Länge vorkommen. Dabei bewährte sich das Heliotroplicht noch vollkommen. Selbst bei sehr starkem Dunst war das Licht eines Spiegels von 130 cm^2 Fläche noch sichtbar und erschien dann als ein winzig kleines Lichtpünktchen, auf welches man, um es zu finden, noch Azimuth und Zenitdistanz einstellen musste[1]).

2. Für Rekognoszierung.

Verwechselungen sehr entfernter Signale können zu grossen Verwirrungen Anlass geben. Dies ist bereits dem berühmten Snellius begegnet und auch Liesganig erzählte von einer ähnlichen Zeichenverwechselung und schliesst daraus die Notwendigkeit, sich des Nachts der Feuersignale zu bedienen. Seit Erfindung des Heliotrops ist uns ein besseres und bequemeres Mittel an die Hand gegeben, um derartige Übelstände auszuschliessen. Gauss selbst verfällt schon auf diesen Gedanken. Das erste und einzige Mal, dass er bei der Rekognoszierung den Heliotrop verwendete, war bei der Feststellung der Tatsache, dass die Spitze des Turmes von Zeven vom Ansgarius eben noch sichtbar sei. Besonders bei etwas dunstigem Wetter lässt sich der Heliotrop mit Vorteil schon für die Erkundung verwenden. Selbst bei Kirchtürmen, die zwar an und für sich schon gute Zielpunkte sind, kann man zum Heliotrop greifen, falls Verwechselungen möglich sind oder um festzustellen, wie hoch der Turm ein Hindernis überragt, ob deshalb ein erhöhter Leuchtstand errichtet werden muss und welche Höhe derselbe bekommen soll.

Besonders schwierig ist die Rekognoszierung in wellenförmigem Terrain. Aus diesem Grunde mussten beispielsweise bei der Landesvermessung in Chile für die Erkundung schon Heliotrope verwendet werden[2]). Wenn man dort von einem hochgelegenen Standorte auf den umgebenden Landstrich blickt, so sieht man ein Meer von lauter gleichgeformten Hügeln. Davon einen bestimmten herauszufinden, ist eine schwierige Aufgabe, die sich aber durch Verwendung des Heliotrops leicht löst. Ferner erspart man mit dem Heliotrop zahlreiche Holzsignale, deren Beschaffung besonders in holzarmen Gegenden schwierig und kostspielig ist. Bei grossen Entfernungen wird bei der Rekognoszierung mit Vorteil der Heliotrop angewendet. So z. B. bei den ersten Vorarbeiten zur Verbindung von Südspanien mit Afrika und in Amerika. Vermessungsdirektor Gerke empfiehlt sogar bei der Kleintriangulierung die Anwendung des Heliotrops zur Erkundung[3]). In der Tat mag es in schwierigen Fällen

[1]) Astronomisch-geodätische Arbeiten des Militär-Geographischen Institutes. Wien 1873. S. 11.

[2]) Deinert, Zeitschrift für Vermessungswesen 1901 S. 280.

[3]) Zeitschrift für Vermessungswesen 1889 S. 413.

vorteilhaft sein, denn wenn man bedenkt, dass allenthalben Hindernisse, wie Gebäude, Schornsteine, Bäume usw. die Freiheit der Visuren beengen und daher die Rekognoszierung häufig bis auf Handbreite genau sein muss, so wird der Heliotrop durch sein auffallendes Licht, das z. B. gerade noch durch eine Lücke im Geäste eines Baumes durchdringt, gute Dienste leisten.

3. Für Heliotroptelegraphie und Zeitübertragung.

Ist auch auf der Beobachtungsstation ein Heliotrop, so kann durch gegenseitige Lichtsignale eine Art optischer Telegraphie erzielt werden. Gauss selbst bedient sich bereits seines Heliotrops für diese Zwecke und verwendete dies hauptsächlich, um seinen Gehilfen Aufträge zu übermitteln. Die Lichtsignale werden dadurch hervorgerufen, dass der Heliotrop in bestimmten Zeitintervallen abwechselnd offen gehalten und verdeckt wird. Die Zahl der dadurch entstehenden Lichtblitze hat bestimmte Bedeutung, die auf Abmachung beruht. Z. B. verwendete General Baeyer bei seinen trig. Nivellementarbeiten zwischen Swinemünde und Berlin folgenden Modus [1]):

Soll eine Mitteilung durch Heliotroptelegraphie gegeben werden, so wird der Abgeber durch schnell aufeinander folgendes Verdecken und Freigeben des Spiegels zunächst die volle Aufmerksamkeit des Empfängers auf sich ziehen. Sobald der letztere dies bemerkt, erwiedert er es in derselben Weise. Nach einer Pause von 30 Sekunden erfolgen die eigentlichen Lichtsignale, welche festgesetzte Zahlen darstellen, beispielsweise bedeutet

1 Sek. Licht die Zahl 1
1 Sek. Licht, 1 Sek. dunkel, 1 Sek. Licht „ „ 2 usw.
Für die Zahl 1 hatte Baeyer festgesetzt: Ich sehe das Licht schlecht,
„ „ „ 2 „ „ „ Licht verkleinern,
„ „ „ 3 „ „ „ Licht vergrössern usw.

So kann man ja zwar eine ganze Anzahl Sätze von bestimmter Bedeutung übertragen, jedoch können auf diese Weise beliebige Mitteilungen nicht gegeben werden.

Dies erreicht man durch Einführung eines Alphabetes nach dem Morsesystem, wie es bei der New-Yorker Staatsvermessung geschehen ist. Die Art und Weise der Signalisierung ist genau geregelt durch eine Instruktion [2]).

---

1) Fischer, höhere Geodäsie S. 38.

2) Instruction for transmitting communication by Heliotrope Signalling, arranged for use on the New-York State Survey by Olin H Landreth, Vanderbilt University (mitgeteilt in Zeitschrift für Vermessungswesen 1882 S. 162).

Der Punkt wird instruktionsmässig durch einen kurzen Lichtblitz von ca. 1/2 Sek., der Strich durch einen ca. 1 1/2 Sek. langen Blitz gegeben. Die Unterbrechung erfolgt durch Einschieben eines Schirmes aus Papier oder Karton.

Natürlich muss der Heliotrop immer gut nachgerichtet werden, damit der Lichtstrahl sein Ziel sicher erreicht. Die gebräuchlichsten Worte und Sätze sind durch Zahlen von 1 bis 30 gegeben. Die Lichtblitze müssen aber mit einer gewissen Regelmässigkeit und Exaktheit gegeben werden, sonst treten Verwirrungen ein.

Erfolgt diese Zeichengebung mit äusserster Genauigkeit zu bestimmten Zeiten, so kann der Heliotrop auch zur Zeitübertragung verwendet werden. Auf diese Weise fand eine Uhrvergleichung zwischen den Sternwarten Mannheim und Göttingen durch Vermittelung des Frauenberges statt. Die Signalgebung erfolgte mit dem Heliotrop am Tage, durch Pulversignale bei Nacht. Auch die Bestimmung des Längenunterschiedes zwischen den Stationen Wangeroog und Schillig geschah im Jahre 1888 durch optische Signale mit dem Heliotrop. Die Hauptanforderungen der Instruktion, die zu diesem Zweck entworfen war, waren folgende [1]):

Der Zeitunterschied beider Stationen wird durch gleichzeitiges Beobachten des Verschwindens des Heliotroplichtes auf einer Station erhalten, indem die Aufgabestation zu bestimmten Zeiten ihr Heliotroplicht auslöscht.

Diese Signale bestehen in Verdeckung des Heliotroplichtes beim ganzen oder halben Sekundenschlage des Chronometers der Aufgabestation auf die Dauer von ungefähr fünf Sekunden. Die Empfangsstation beobachtet das Verschwinden des Lichtes nach ihrer Chronometerzeit. Die Signale werden alle 20 Sekunden gegeben.

Die westliche Station (Wangeroog) fängt stets an. Sie gibt das Zeichen fertig und, nachdem die östliche Station (Schillig) dasselbe beantwortet hat, beginnen die Signale. Nach 30 Signalen (10 Minuten) gibt Wangeroog das Zeichen fertig, Schillig beantwortet es und beginnt mit seinen Signalen. Der mittlere Fehler einer solchen Bestimmung ergab sich zu etwas mehr als 1/10 Sek., der mittlere Fehler des Mittels aus 467 Signalen war ± 0,008 Sek. Jetzt ist jedoch diese optische Telegraphie durch die elektrische verdrängt, die den Witterungseinflüssen nicht unterworfen ist.

Über die Bedienung des Heliotrops.

Die Bedienung des Heliotrops ist keine besonders schwierige Arbeit und kann unbedenklich einem intelligenten und verlässlichen Messgehilfen

---

[1]) Bestimmung des Längenunterschieds zwischen Wangeroog u. Schillig v. A. Fischer, Astronomische Nachrichten Bd. 124.

übertragen werden. Im Anfang wird er selbstverständlich der Führung nicht entbehren können, insbesondere wird ihm die genaue Richtung nach der Beobachtungsstation angegeben werden müssen. Auf Türmen oder im flachen Lande sind die Beschwerden, denen der Heliotropeur ausgesetzt ist, ja keine allzugrossen. Im Gebirge gestalten sich die Verhältnisse schliesslich weniger angenehm. Gar manche Heliotropstation wird auf einem exponierten Berggipfel liegen, nach dem kein sicherer Pfad führt. Den wundesten Punkt bilden natürlich Unterkunft und Verpflegung, denn die Umstände werden es manchmal ganz unmöglich machen, täglich abends die schützenden Häuser des Tales aufzusuchen, um dann morgens wieder den schroffen Höhen zuzustreben. Unterkunftshäuser in der Nähe der Station stehen leider nicht jedesmal zur Verfügung. Im schlimmsten Falle mag ein verlassener Rindenkobel oder ein gutes Leinenzelt im Hochsommer wenigstens hinlänglichen Schutz gewähren. Von Zeit zu Zeit wird der Heliotropeur noch mit genügend Nahrung und Getränk zu versehen sein. In der Regel ist in den schwierigeren Fällen die Station mit zwei Personen besetzt, denn es ist nicht ratsam, einen Menschen wochenlang allein auf einsamen Berggipfeln weit entfernt von rettender oder helfender Hand ausharren zu lassen. Bei grösseren Höhen macht sich besonders die Kälte empfindlich bemerkbar. Das Klima wird äusserst rauh, Stürme, Schneefälle und Gewitter verleiden den Aufenthalt auf diesen exponierten Punkten, wirken lähmend auf den Körper, deprimierend auf das Gemüt. Über die Schwierigkeiten wegen Witterungsunbill, die die Heliotropeure (ebenso die Beobachter) bei der grossen nordamerikanischen Triangulierung auszuhalten hatten, gibt Herr Assistent Eimbeck eine treffliche Schilderung[1]):

„Die Gewitter haben wegen ihrer Beharrlichkeit in den hohen Gebirgen zu manchem Dulden, mancher Gefahr und Verzögerung Anlass gegeben. Sie hüllen die Gebirge ein und hängen während mehrerer Tage daran, begleitet von den heftigsten elektrischen Entladungen und Donnerschlägen. Während solcher Zeiten war der ganze Berggipfel förmlich umtost und umzischt von freier Elektrizität[2]). Funken von einigen Zoll Länge konnten leicht aus abgesonderten Gegenständen gezogen werden. Diese Stürme setzten gewöhnlich um 11 Uhr morgens ein und dauerten bis lange nach Sonnenuntergang. Sie sind die Hauptursachen der Beschwerden und Gefahr für den ihrer Wut ausgesetzten Teil der Expedition.

Der hochgradig verdünnte Zustand der Atmosphäre, die kalten Winde während Sturmperioden, die oft von Hagel und Schnee be-

1) United States Coast and Geodetic Survey 1900. S. 556.

2) The whole mountain top was fairly hummed or hissed by virtue of escaping electricity.

gleitet sind, tragen ihren Anteil zu der Niedergedrücktheit und dem trüben Gefühl während einer solchen Expedition bei. Drei von den Heliotropeuren wurden niedergeschlagen und teilweise bewusstlos, während ein Zelt, verschiedene Signale und ein Theodolit durch den Blitz zerstört wurden."

Am Ende angelangt, blicken wir noch einmal zurück auf die mannigfaltige Verwendbarkeit und die grosse Bedeutung des Heliotrops für die Geodäsie. Welch einen Fortschritt verdanken wir der Erfindung unseres genialen Gauss! Bei den erhöhten Genauigkeitsforderungen, welche heutzutage an unsere Arbeiten gestellt werden, bei der allseitigen Beanspruchung der geodätischen Grundlagen für Ingenieurtechnik ist uns der Heliotrop geradezu unentbehrlich. So unansehnlich der Apparat an sich auch ist, richten wir ihn aber nach der Sonne, so sendet er tausend und abertausend Meter dem beobachtenden Menschenauge seine blitzenden Blicke zu. Und so ward es denn möglich, diese gewaltigen Dreiecke mit äusserster Genauigkeit zu messen, die diese vortreffliche Grundlage zu unseren mustergültigen Atlanten, Karten und Pläne bilden.

Am Schlusse dieser Arbeit spreche ich Herrn Professor Dr. Max Schmidt für die mir zuteil gewordene Unterstützung meinen aufrichtigen Dank aus!

Verzeichnis der verwendeten Literatur.

Astronomisch-geodätische Arbeiten für die Europäische Gradmessung im Königreich Sachsen. II. Abteilung.

Astronomisch-geodätische Arbeiten des militär-geographischen Institutes in Wien, Bd. II.

Baeyer, Die Küstenvermessung und ihre Verbindung mit der Berliner Grundlinie.

Barfuss, Dr. Fr. W., Handbuch der höheren und niederen Messkunst 1842.

Bessel, Gradmessung in Ostpreussen.

Briefwechsel zwischen Gauss und Bessel.

Carls Repertorium für physikalische Technik. Bd. I.

Enkes Jahrbuch für 1825.

Fischer, Bestimmung des Längenunterschieds zwischen Wangeroog und Schillig; Astr. Nachrichten, Bd. 124.

Fischer, Lehrbuch der höheren Geodäsie.

Francoeur Géodésie, Paris 1895.

Gaede, Beitrag zur Kenntnis von Gauss' praktisch-geod. Arbeiten. Zeitschr. f. Vermessungswesen 1885.

Gauss' Werke, Bd. II, IX.

Göttingischer gelehrter Anzeiger 126. St.

Hammer, Zeitschrift f. Instrumentenkunde 1897.

Hegemann, Lehrbuch der Landesvermessung.

Hofmann, Bericht über die wissenschaftlichen Apparate auf d. Londoner intern. Ausstellung i. J. 1876.

Jordan, Handbuch der Vermessungskunde, Bd. I, II, III.

Mitteilungen des k. k. Militär-geographischen Institutes in Wien Nr. 3.

Nagel, Zeitschrift für Vermessungswesen 1878.

Philosophical Transactions 1826 Bd. II.

Poggendorff, Annalen d. Physik u. Chemie 1829, 1865.

Prechtls Jahrbücher d. k. k. polytechnischen Institutes, Wien. Bd. 18.

Proceedings of the Royal Society of London, Vol. XIV.

Reitz, Zeitschrift für Instrumentenkunde 1881.

Repsold, Zeitschrift für Instrumentenkunde 1897.

Schumacher, Astronomische Nachrichten 1823, 1827, 1844.

Struve, Breitengradmessung in den Ostseeprovinzen Russlands, I. Teil.
United States Coast and Geodetic Survey 1900.
Verhandlungen der 9. Konferenz d. internationalen Erdmessung Annexe B. XVII.
Wagner, Über die mit dem Reichenbachschen Distanzmesser erreichbare Genauigkeit und einige Erörterungen über d. Fehlerursachen desselben. Zeitschrift f. Vermessungswesen 1886.
Zachs monatliche Korrespondenz Bd. 5.
Zeitschrift für Instrumentenkunde 1883, 86, 88, 97, 1900.
Zeitschrift für Vermessungswesen 1878, 82, 89, 1901.